

## **Educación Universal de Excelencia: Modelo y Evidencia Empírica**

*Hay dos panes. Usted se come dos. Yo ninguno.  
Consumo promedio: un pan por persona.*  
Nicanor Parra, poeta chileno

Abril 2014

### **Resumen**

Se muestra que la falta de dominio – incluso leve – de los aprendizajes esperados en una materia escolar, puede tener un efecto devastador (y aparentemente paradójico) en el desempeño académico de un estudiante sometido a un examen estandarizado. En contraste, el modelo revela que es posible lograr mejoras significativas del rendimiento académico cuando algunos de esos vacíos de aprendizaje se resuelven adecuadamente. Se despliega una metodología para diseñar instrumentos de evaluación adaptativa, precisos y confiables que permiten identificar, cuantificar su magnitud y remediar oportunamente esas lagunas de aprendizaje. Haciendo uso de un repositorio micro gestionado de objetos de digitales de aprendizaje se define itinerarios de aprendizaje personalizado para cada uno de los estudiantes, optimizando su tiempo de recuperación. Por último, se exhibe la evidencia empírica del impacto en los logros de aprendizaje en las diversas intervenciones construidas bajo los lineamientos descritos, en grupos masivos tanto de estudiantes escolares como de educación superior en cuatro países de América Latina, pertenecientes a una amplia gama de entornos culturales, geográficos, sociales y económicos. Se concluye que instalando un proceso como el definido es posible alcanzar universalmente niveles educativos de calidad en tiempos breves.

### **I. Introducción**

El artículo se organiza de la siguiente manera. En la Sección II se presenta un modelo teórico que explica y dimensiona el efecto demoledor en el desempeño académico producido por la acumulación en el tiempo de vacíos de aprendizaje. Recíprocamente, el modelo devela que es posible alcanzar mejoras notables del desempeño académico cuando algunos vacíos de conocimiento son debidamente corregidos. Para validar el modelo teórico se comparan sus predicciones con los resultados de un modelo computacional que simula un examen de diagnóstico presentado por un grupo de estudiantes con diferentes carteras de aprendizajes esperados. La Sección III está destinada a mostrar la propagación de los vacíos de aprendizaje a medida que un estudiante avanza en su ruta escolar. Con el fin de identificar, cuantificar su magnitud y remediar oportunamente dichos vacíos, en la Sección IV se elabora una metodología para diseñar instrumentos adaptativos confiables de evaluación, orientados a construir itinerarios personalizados de aprendizaje que optimicen el tiempo de recuperación. Posteriormente, en la Sección V se esquematizan los fundamentos para construir un repositorio gestionado de objetos digitales personalizados de aprendizaje en diferentes formatos y modalidades, que complementan el trabajo del docente, nivelando continuamente y en tiempo real a los alumnos que presentan rezagos de aprendizaje. La Sección VI está dedicada a exhibir la evidencia empírica del impacto en el aprendizaje de varias intervenciones construidas al alero de los lineamientos descritos, en grupos masivos de estudiantes de diferentes grados de educación escolar y diversas materias de educación superior en cuatro países de Latinoamérica, para una amplia variedad de entornos culturales, geográficos, sociales y económicos.

Finalmente, en las Conclusiones se define operacionalmente la calidad universal de la educación como el proceso que es capaz de conducir a todo un universo de estudiantes a resultados como los

exhibidos en la Sección VI y que consiste en el tránsito individual y monitoreado de cada estudiante desde la instancia de evaluación de diagnóstico hasta su mejor estado cognitivo posible dentro de las condiciones de contorno pre existentes.

## II. Predicción del Desempeño Académico

### *Consideraciones Generales del Modelo*

En esta sección construiremos un modelo que permite cuantificar la dependencia del desempeño académico de un estudiante, en términos de su nivel de conocimiento y de la complejidad de los problemas que constituyen el instrumento de evaluación. Ello posibilita demostrar que presentar un examen dominando la mayoría de (pero no todos) los aprendizajes esperados, puede tener un efecto inesperadamente devastador en el desempeño académico. El modelo presentado aquí es una versión simplificada de uno más general, pero que mantiene los atributos cualitativos del modelo más realista evitando perderse –al menos parcialmente– en complicaciones matemáticas innecesarias.

Adicionalmente, para fijar ideas, el enfoque se especializa al caso de una materia genérica de corte matemático, aunque como se verá, los conceptos, las definiciones y las conclusiones aquí descritas pueden ser generalizados a otras áreas del conocimiento.

### *Logro*

Supongamos que para llevar una materia (o para presentar un examen) del tipo descrito, es necesario resolver cierta cantidad de problemas, sea en diferentes exámenes parciales durante el período lectivo o en un examen final. Para la resolución de los problemas propuestos es necesario (o conveniente) poseer y dominar varias habilidades, competencias o contenidos previos, que llamaremos, genéricamente, aprendizajes esperados (AE). El concepto es amplio, en el sentido que los aprendizajes esperados pueden incluir contenidos del período académico en curso o contenidos de períodos anteriores; en el caso de las habilidades, es dable considerar tanto habilidades específicas como transversales, tales como velocidad de resolución, rigor, disciplina, acuciosidad u otras.

Consideremos el conjunto de los  $N$  aprendizajes esperados que debiera dominar un estudiante adscrito a un determinado nivel. Consideremos por otro lado el conjunto de los  $K$  aprendizajes esperados que el estudiante efectivamente domina.

Hagamos una estimación del número de problemas diferentes que se pueden formular combinando esos  $N$  aprendizajes esperados en grupos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. y llamemos  $Q$  a ese número. Enseguida analicemos cuántos de esos problemas podrían ser resueltos por un estudiante que sólo domina una parte  $K (< N)$  de los aprendizajes esperados utilizados en la construcción de dichos problemas. Llamaremos  $Q_K$  al número de problemas que ese estudiante puede resolver correctamente.

Definimos el logro  $R$  de un estudiante como la razón entre el número de problemas  $Q_K$  que es capaz de resolver y el número de problemas  $Q$  que es posible construir a partir del conjunto de aprendizajes esperados de ese nivel de la manera descrita. Es decir,

$$R = \frac{Q_K}{Q}$$

Esto una generalización de la forma usual en que calificamos *ex post* a un estudiante cuando presenta un examen. En ese caso decimos que su porcentaje de logro es el número de preguntas que resuelve correctamente dividido en el número total de preguntas del examen. Aquí estamos intentando calificarlo *ex ante*, o dicho de otra manera, estamos intentando predecir su logro suponiendo el dominio de una cartera de aprendizajes esperados.

### El Logro como función del Conocimiento y de la Complejidad

Es posible demostrar que si:

- 1)  $N$  es el número de aprendizajes esperados que se evalúan en un examen;
- 2)  $h (\ll N)$  es el número de aprendizajes esperados requeridos para resolver un problema (por el momento supondremos que es el mismo número para todos los problemas) y
- 3)  $K$  es el número de aprendizajes esperados que domina un estudiante cualquiera,

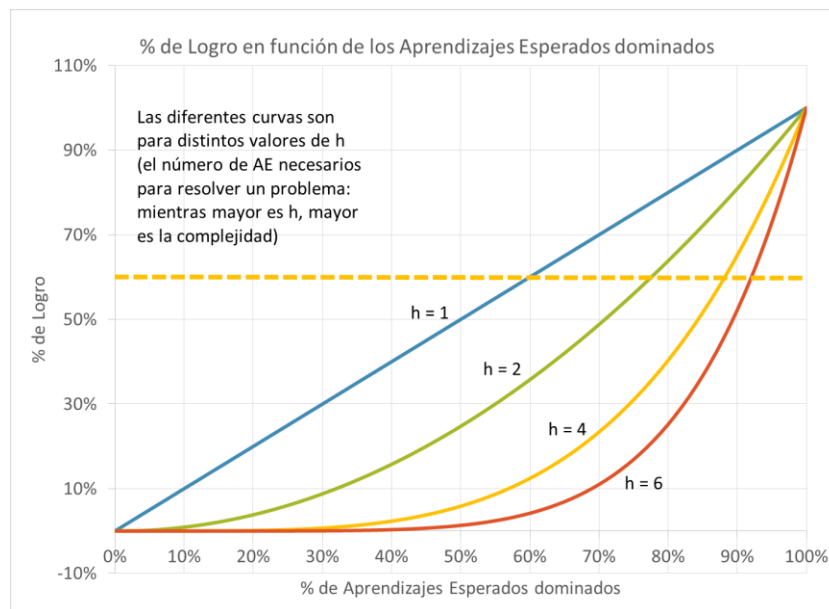
entonces el Logro  $R$  de ese estudiante definido anteriormente está aproximadamente dado por,

$$R_K \approx \left(1 - \frac{h}{N}\right)^{N-K}$$

(En el apéndice se deduce la expresión exacta para  $R_K$ )

De la expresión encontrada es claro que cuando  $K = N$ , (es decir cuando el estudiante domina todos los aprendizajes esperados requeridos para resolver correctamente todos los problemas), o sea, cuando  $N - K = 0$  por lo que el exponente en la expresión anterior se anula, entonces  $R_N = 1$ , es decir el Logro sería 100%, como era de esperar.

Para tener una visión más patente del comportamiento de  $R_K$ , veamos cómo varía en función de  $K$  para varios valores del parámetro  $h$  (El gráfico está trazado con la expresión exacta de  $R$  que aparece en el Apéndice y no con la expresión aproximada exhibida más arriba, que solo es válida cuando  $h \ll N$ )



El gráfico anterior, muestra que cuando  $h = 1$  entonces el Logro crece linealmente con  $K$ , pero cuando  $h > 1$ , el Logro  $R$  comienza a crecer lentamente con los aprendizajes esperados. Cuando  $h \geq 4$ ... ¡hay que dominar más del 50% de los aprendizajes esperados para alcanzar un 5% de Logro!! (El parámetro  $h$  es una medida de la complejidad de un problema: mientras mayor es  $h$ , mayor es la complejidad del problema).

Notemos que para alcanzar un 60% de Logro (línea horizontal punteada en el diagrama) no basta con dominar el 60% de los aprendizajes esperados, como se podría equivocadamente suponer, sino que hay que dominar el 77%, el 88% o el 92% de los aprendizajes esperados según si  $h$  (el número de aprendizajes esperados requeridos para resolver correctamente un problema) es 2, 4 o 6.

Dado que el Logro cuando se desconoce un aprendizaje esperado (es decir cuando  $K = N - 1$ ) está dado por  $R_{N-1} = \left(1 - \frac{h}{N}\right)$ , es posible observar que al carecer sólo de un aprendizaje esperado del total de los  $N$  requeridos, es decir cuando la proporción de vacíos de aprendizaje es apenas  $\frac{1}{N}$ , el Logro disminuye en  $h \times \frac{1}{N}$ ; es decir, la disminución del Logro es  $h$  veces mayor que la proporción de vacíos de aprendizaje, donde  $h (\geq 1)$  es el número de aprendizajes esperados requeridos por problema y  $N$  es el número total de aprendizajes esperados. A modo de ejemplo, si  $N = 100$  y  $h = 5$ , desconocer sólo uno de los aprendizajes esperados de los cien requeridos, es decir un 1% de desconocimiento, castiga el Logro en un 5%.

Contrariamente a lo que se podría pensar, esto es más bien una constatación optimista, dado que un diagnóstico preciso y confiable de los referidos vacíos de conocimiento seguido de un proceso personalizado de aprendizaje coherente con el diagnóstico, puede revertir la situación detectada en lapsos de tiempo inesperadamente breves.

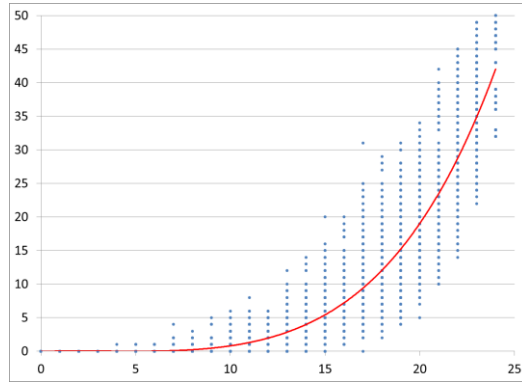
Para verificar la validez del modelo teórico se montó un modelo computacional (Miller, J. & Page, S., 2007) que simula un examen de diagnóstico presentado por un grupo de estudiantes de los cuales se conoce de antemano su portafolio de aprendizajes esperados dominados. La simulación considera un grupo de 10.000 estudiantes dotados del dominio de un número variable de aprendizajes esperados (entre 0 y 100). La asignación de aprendizajes esperados es aleatoria, pero ateniéndose a varias formas de distribución de frecuencia para verificar la robustez de los resultados. De esa manera puede haber en el grupo varios estudiantes que dominan –por ejemplo– 18 aprendizajes esperados, pero ninguno de ellos tiene los mismos 18 aprendizajes esperados que otro.

El examen de diagnóstico cuenta con 50 problemas tales que cada uno de ellos exige el dominio de exactamente 5 aprendizajes esperados para su resolución del total de 25 aprendizajes esperados requeridos para presentar el examen diagnóstico y de modo tal que no hay dos problemas que requieran de la misma quina de aprendizajes esperados para su resolución.

En esta versión de la simulación entendemos que cuando un estudiante debe resolver un problema que sólo contiene aprendizajes esperados que domina, entonces *siempre* lo resuelve correctamente, y por el contrario, cuando intenta desarrollar un problema que requiere de al menos un aprendizaje esperado que desconoce, entonces *nunca* lo resuelve correctamente. Esta afirmación es frecuentemente verdadera cuando los problemas formulados son con respuestas de selección múltiple, pero es aún más fuerte cuando las respuestas son del tipo rellenar una casilla (*fill in the blanks*).

Es dable incorporar al modelo la posibilidad que el problema lo resuelva sin tener todos los aprendizajes esperados requeridos para ese problema o por el contrario, que encuentre una respuesta incorrecta aún dominando todos los aprendizajes esperados requeridos.

El acuerdo entre el modelo teórico y el modelo computacional es muy alto: la diferencia absoluta entre las predicciones teóricas y la simulación para el promedio de los porcentajes de logro no supera un punto y medio porcentual.



**Figura 1:** El eje de las abscisas representa el número de aprendizajes esperados que domina un estudiante. El eje de las ordenadas es el número de problemas resueltos correctamente. Para cada valor de las abscisas hay varios puntos, dado que estudiantes que dominan igual cantidad de aprendizajes esperados (pero no necesariamente los mismos) pueden resolver diferentes conjuntos de problemas, dependiendo de cuáles sean los aprendizajes que domina. La dispersión se explica porque a mayor números de aprendizajes esperados dominados, más amplio es el número de problemas que se puede resolver corectamente.

### III. Acumulación de Vacíos de Aprendizaje

El currículo escolar establece que al terminar cada grado, idealmente un estudiante debería dominar cierta cantidad de aprendizajes esperados. Sin embargo, por diferentes razones, los estudiantes –en general– no llegan a dominar todos los aprendizajes esperados de ese nivel, de manera que en todos los niveles escolares se van generando vacíos (lagunas) de aprendizaje.

Clasificaremos el origen de los vacíos de aprendizaje en tres tipos: (1) administrativo o de gestión: tales como ausencia del docente, inasistencia del estudiante (por enfermedad u otro motivo), distracción momentánea, suspensión de clases, desconocimiento del contenido por parte del profesor, etc.; (2) limitación de la capacidad propia de cada alumno; (3) causal: cuando hay aprendizajes esperados con prerrequisitos del período académico anterior que no llegaron a ser dominados.

Si  $\mu$  es el porcentaje de aprendizajes esperados no dominados por razones puramente administrativas;  $\rho$  es el porcentaje de aprendizajes esperados no dominados por razones imputables a la limitación de capacidad; y  $\beta$  es el porcentaje de los aprendizajes de cada nivel que están fuertemente contruidos sobre aprendizajes esperados del año anterior, entonces es posible demostrar –suponiendo que  $\mu$  y  $\beta$  no varían de un año al siguiente– que el porcentaje de aprendizajes esperados no dominados crece año a año de modo que su valor durante el año  $l$  es:

$$\Delta K_l = (\mu + \rho) \frac{1 - \beta^l}{1 - \beta}.$$

Supondremos además que  $\rho$  tiene inicialmente una distribución normal con media  $\bar{\rho}$  y desviación estándar  $\sigma$ . En ese caso se verifica que la dispersión de vacíos de aprendizaje crece en el tiempo (a medida que  $k$  aumenta) de acuerdo a:

$$\sigma_l = \frac{1 - \beta^k}{1 - \beta} \sigma$$

Es decir, – a menos que se introduzcan elementos que reviertan el proceso – año a año la fracción de aprendizajes que cada estudiante no logra dominar, aumenta de acuerdo a la expresión de  $\Delta K_l$  encontrada.

#### IV. Diseño de Examen de Diagnóstico y Detección de Vacíos de Aprendizaje

La inexistencia de una métrica adecuada para determinar con detalle y precisión el bagaje cognitivo de un estudiante, en conjunción con la ulterior pérdida de visibilidad de la riqueza de la información capturada como consecuencia de la agregación de los resultados individuales, son los principales causantes de la alarma con que se analizan y difunden los resultados nacionales e internacionales de los test estandarizados. Los mismos hechos inducen a que tanto directivos de los propios establecimientos educacionales que participan en la medición como autoridades locales y nacionales de educación, emitan declaraciones o adopten medidas supuestamente paliativas, que no tranquilizan a la opinión pública ni resuelven el problema de fondo.

Diseñamos un examen de diagnóstico a la usanza de los utilizados en diseño experimental (Brown, A.L. 1992; Cobb, P. *et al*, 2003; Collins, A. *et al*, 2004). Para efectos de modelar el proceso de evaluación de un estudiante, diremos que el estado de dicho estudiante al momento de presentar el examen está definido como una pauta de cotejo de los  $N$  aprendizajes esperados que se van a evaluar y que los ordenamos arbitrariamente de 1 a  $N$ . Sólo hay dos alternativas posibles para cada aprendizaje esperado: lo domina (en cuyo caso le asignamos el valor 1) o lo ignora (le asignamos el valor 0). De esa manera, el estado del estudiante (aún desconocido) quedaría matemáticamente definido por una cadena ordenada de ceros y unos. En lenguaje matemático se trata de un vector  $\vec{X}$ , que antes de presentar el examen desconocemos y es justamente lo que queremos determinar una vez que conozcamos el resultado de su examen.

Por su parte, los problemas que conforman el instrumento de diagnóstico también se pueden codificar como una cadena de ceros y unos; estos últimos señalan cuáles son las habilidades que se requiere dominar para su correcta resolución. Los problemas en conjunto definen un arreglo bidimensional de números. Matemáticamente se trata de una matriz  $H$  conocida, cuya construcción se detalla en el Apéndice. El resultado obtenido por el estudiante al presentar el examen también se puede representar como una cadena ordenada de números, que matemáticamente corresponden a un vector que denotaremos por  $\vec{r}$ .

Diagnosticar con precisión los aprendizajes esperados que domina un estudiante (y complementariamente sus vacíos de aprendizaje) se reduce a resolver un conjunto ecuaciones. Hay tantas ecuaciones como problemas tenga el examen de diagnóstico; las incógnitas son la condición cognitiva del estudiante al momento de presentar el examen. Matemáticamente ello se expresa como una ecuación del tipo  $H\vec{X} = \vec{r}$ , donde  $H$  es una representación matricial del examen de diagnóstico;  $\vec{X}$  es un vector que queremos determinar y representa la condición de los aprendizajes esperados del estudiante al presentar el examen y  $\vec{r}$  es un vector conocido que se construye a partir del resultado del examen.

Haciendo uso de un algoritmo definido para tal propósito, es posible automatizar la construcción de una evaluación de diagnóstico precisa, (DCSF, 2009) en la medida que se hayan definido con claridad sus objetivos y se disponga de un repositorio suficientemente robusto de ítems, digitalizados y apropiadamente mapeados con los aprendizajes esperados. Del mismo modo es posible determinar con mucha precisión el conjunto de aprendizajes esperados que un estudiante no domina.

## **VI. Evidencia empírica**

En esta ocasión nos concentraremos en informar el impacto de dos intervenciones en educación escolar: una de ellas es una intervención en un conjunto de escuelas supervisadas por el Ministerio de Educación (MINEDUC) de Chile. La segunda, se refiere a un conjunto de escuelas supervisadas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia. En ambos casos se utilizó una plataforma de evaluación y gestión de los aprendizajes en línea.

### *Programa del MINEDUC, Chile*

Todas las escuelas elegidas por el MINEDUC de Chile en las cuales se aplicó el programa, tienen estudiantes con altos índices de vulnerabilidad estudiantil (JUNAEB, 2014). La condición de vulnerabilidad estudiantil, reconoce la interacción de una multiplicidad de factores de riesgo y protectores (como un hecho presente o potencial), a nivel individual (estudiante) y de contexto (familiar-escuela-barrío-comuna), que se presentan durante el desarrollo del ciclo educacional. En las escuelas seleccionadas para la intervención, una parte importante de los estudiantes presenta riesgo de deserción o abandono escolar. Las vulnerabilidades están asociadas a composición o situación familiar, situación de empleo e ingresos del jefe/a de hogar, presencia de pobreza, presencia de problemas de rendimiento o logros académicos y problemas de asistencia al establecimiento educacional.

Se trabajó en un plan piloto con 490 escuelas distribuidas en las quince regiones del país, con un total de 45.677 estudiantes de 3° y 4° grado en un programa de nivelación y acompañamiento de Matemática en línea, como complemento a las actividades estándar realizadas por las maestras y maestros en el salón de clases. El Ministerio de Educación de Chile escogió a los 1.061 estudiantes de 3° y 4° grado de 15 escuelas de diferentes partes del país como Grupo de Control. Se aplicó el mismo examen de salida tanto a los estudiantes del Grupo de Control como a una muestra significativa de los estudiantes que participaron en el programa de nivelación y acompañamiento en Matemática.

La comparación se establece para la totalidad de los grupos seleccionados. Sin embargo, para aislar con mayor precisión los efectos de la aplicación de la plataforma de gestión del aprendizaje también se analizó los resultados del quintil de estudiantes que mostró el mayor tiempo promedio de utilización de la plataforma. La recomendación de uso es de 22,5 horas por año.

### *Estudiantes de 3° grado*

#### *Descripción del Grupos experimental y del Grupo de Control*

En este caso el Grupo Experimental pertenecía a 241 escuelas con un total de 4.781 alumnos del nivel analizado. Por su parte, el Grupo de Control contó con 556 alumnos pertenecientes a 15 escuelas. El promedio de tiempo de utilización de la plataforma de todos los alumnos del Grupo Experimental fue de 8,5 horas por año, mientras que el tiempo de uso promedio de los alumnos pertenecientes al quintil de mayor uso fue de 17,5 horas por año.

### *Resultados*

1. Los grupos de estudiantes que obtuvieron los mayores porcentajes de logro tienen los mayores promedios de tiempo de uso de la plataforma. Recíprocamente, los grupos de estudiantes que obtuvieron los menores porcentajes de logro tienen los menores promedios de tiempo de uso de la plataforma. La curva de tendencia es monótonamente creciente y cóncava entre estos grupos (ver figura 2a).
2. La curva de distribución de logro del Grupo Experimental es más achatada y presenta un desplazamiento hacia la derecha con respecto a la curva de distribución de logro del Grupo de Control. Consecuentemente, también la dispersión es mayor en el grupo Experimental que en el Grupo de Control (ver figura 3a).

- Un 44,8% de los estudiantes del Grupo de Control obtuvo un logro superior al 50%, mientras que ese umbral fue alcanzado respectivamente por un 53% de los estudiantes del Grupo Experimental que utilizó la plataforma 8,5 horas promedio por año y por un 64,3% de los estudiantes del quintil de mayor utilización de la plataforma, con un tiempo promedio de utilización de 17,5 horas por año (ver figura 4a).
- Los porcentajes de estudiantes que obtienen calificaciones “distinguidas” (iguales o superiores a 60%) y “sobresalientes” (iguales o superiores a 80%) son mayores a los porcentajes del Grupo de Control en un 54,3% y en un 250%, respectivamente.

% de Logro	Grupo Experimental	Grupo de Control	Diferencia
≥ 50%	53,0%	44,8%	18,3%
≥ 60%	34,4%	22,3%	54,3%
≥ 80%	7,0%	2,0%	250,0%

### **Estudiantes de 4° grado**

#### *Descripción del Grupos experimental y del Grupo de Control*

El Grupo Experimental tuvo 5.866 alumnos pertenecientes a 267 escuelas y el Grupo de Control 505 alumnos de 14 escuelas.

#### *Resultados*

- Los grupos de estudiantes que obtuvieron los mayores porcentajes de logro tienen los mayores promedios de tiempo de uso de la plataforma. Recíprocamente, los grupos de estudiantes que obtuvieron los menores porcentajes de logro tiene los menores promedios de tiempo de uso de la plataforma. La curva de tendencia es monótonamente creciente entre estos grupos (ver figura 2b).
- La curva de distribución de logro del Grupo Experimental es más achatada y presenta un desplazamiento hacia la derecha con respecto a la curva de distribución de logro del Grupo de Control. Consecuentemente, también la dispersión es mayor en el grupo Experimental que en el Grupo de Control (ver figura 3b).
- Un 15,6% de los estudiantes del Grupo de Control obtuvo un logro superior al 50%, mientras que ese umbral fue alcanzado respectivamente por un 29,4% de los estudiantes del Grupo Experimental que utilizó la plataforma 9,4 horas promedio por año y por un 41,6% de los estudiantes del quintil de mayor utilización de la plataforma, con un tiempo promedio de utilización de 19,7 horas por año (ver figura 4b).
- Los porcentajes de estudiantes que obtienen calificaciones “distinguidas” (iguales o superiores a 60%) y “sobresalientes” (iguales o superiores a 70%) son mayores a los porcentajes del Grupo de Control en un 332% y en un 717%, respectivamente.

% de Logro	Grupo Experimental	Grupo de Control	Diferencia
≥ 50%	29,4%	15,6%	88%
≥ 60%	24,6%	5,7%	332%
≥ 70%	4,9%	0,6%	717%



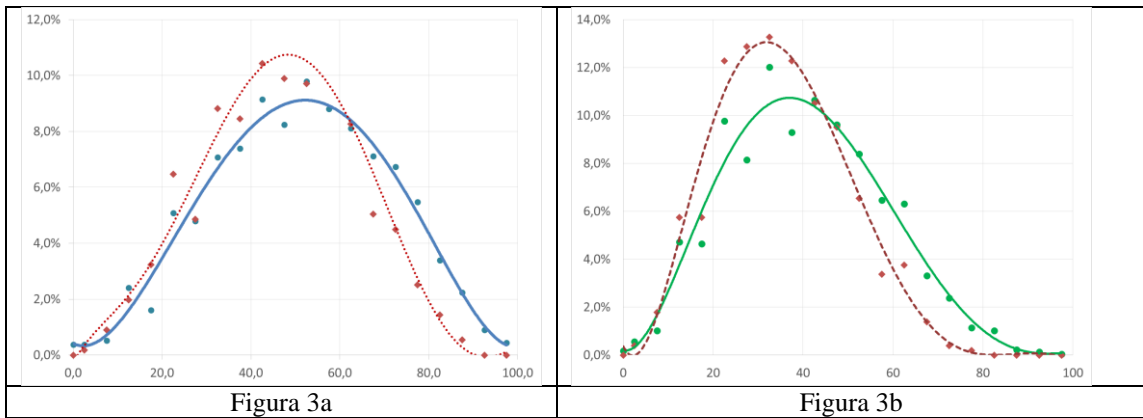
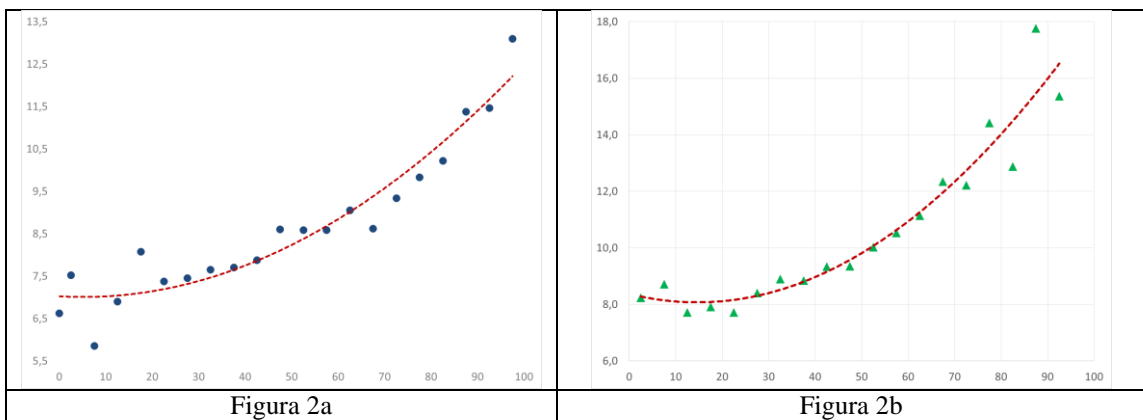
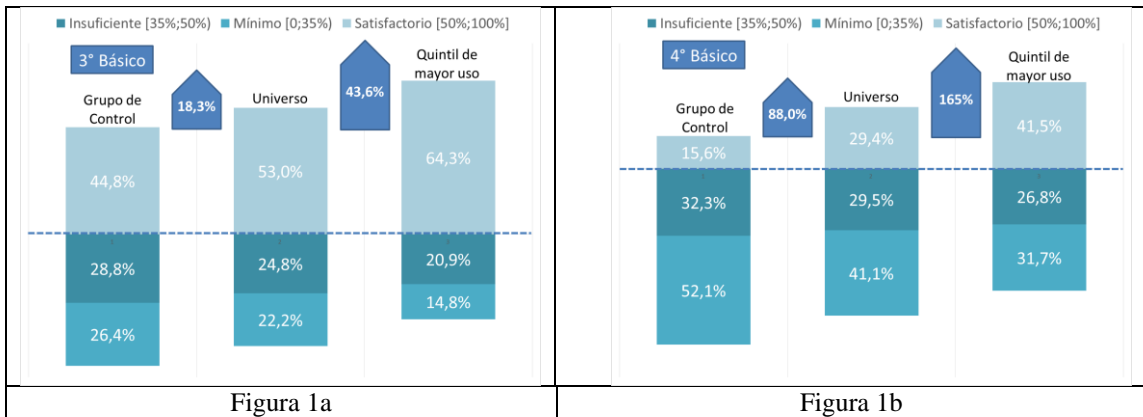
*Programa del MEN, Colombia*

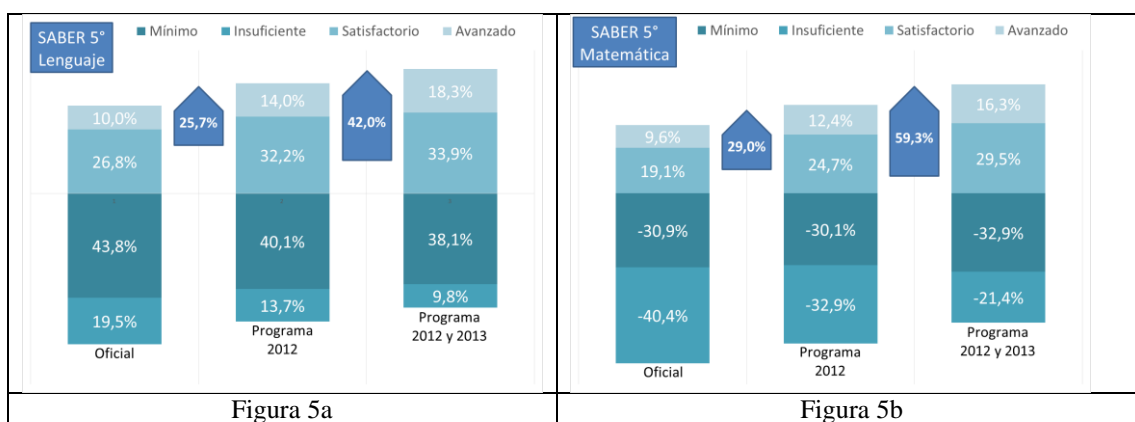
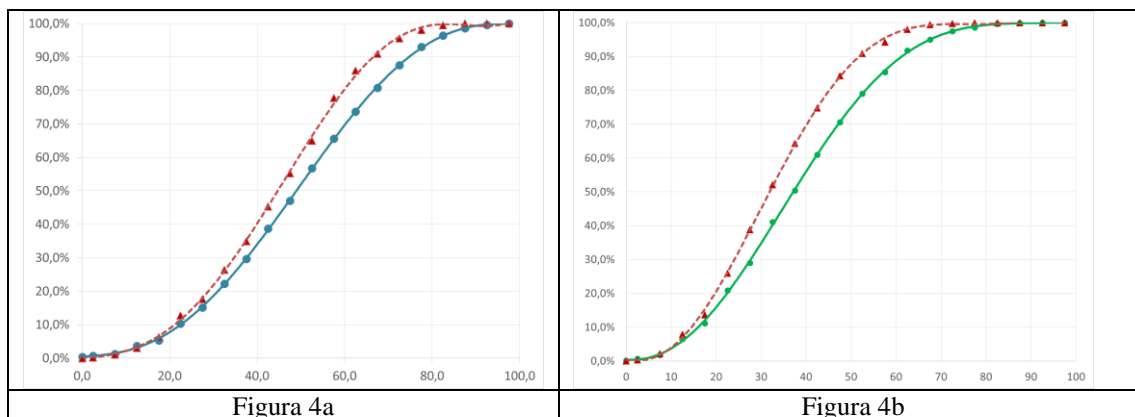
En este caso se comparó los resultados de la prueba SABER de 5° grado, tanto de Lenguaje como de Matemática de los Establecimientos Educativos (EE) oficiales que no habían participado en el programa de nivelación y acompañamiento de Español y Matemática, con aquellos EE que habían participado durante el año 2013 y con aquellos que habían tenido el programa durante el año 2012 y el año 2013, con una adopción igual o superior al 30%.

En el caso de SABER Lenguaje, el 36,8% de los EE oficiales alcanzaron niveles Satisfactorio o Avanzado. Un 46,2% de los EE oficiales que participaron en el programa durante el año 2013 y un 52,2% de los que participaron tanto el 2012 como el 2013. Ello significa diferencias de 25,7% y 42,0% respectivamente (ver Figura 5a).

En el caso de SABER Matemática, el 28,7% de los EE oficiales alcanzaron niveles Satisfactorio o Avanzado. Un 37,1% de los EE oficiales que participaron en el programa durante el año 2013 y un 45,7% de los que participaron tanto el 2012 como el 2013. Ello significa diferencias de 29,0% y 59,3% respectivamente (ver Figura 5b).

# Figuras





## VII. Conclusiones

Desarrollando un modelo teórico que toma en consideración los aprendizajes esperados que domina un estudiante y los compara con los aprendizajes esperados necesarios para presentar un examen, se muestra que los vacíos de aprendizaje tienen un efecto altamente no lineal en los niveles de desempeño.

El rendimiento preciso del estudiante depende del nivel de complejidad de la materia que está llevando, en el sentido que a mayor complejidad mayor es el número de aprendizajes esperados que se requiere para resolver correctamente un problema.

A modo de referencia, el nivel de desempeño de un estudiante que posee un 80% de los aprendizajes esperados requeridos para presentar un examen, podría llegar a ser tan bajo como 50% o aún menor. Si su dominio alcanza el 60% de los aprendizajes esperados, su resultado seguramente será inferior al 20%.

El efecto, aparentemente paradójico, se produce porque un aprendizaje esperado que no se domina, puede malograr varias preguntas para las cuales es necesaria su utilización. La buena noticia es que un diagnóstico preciso, es decir la identificación detallada de los vacíos de conocimiento, permite definir un itinerario personalizado de aprendizaje que remedie rápida y efectivamente dichos vacíos, con el consiguiente impacto en el desempeño.

Los resultados usualmente difundidos en las evaluaciones estándar, sean estas domésticas o internacionales, son extremadamente limitados, en el sentido que entregan el resultado individual de quienes presentan la evaluación o resultados agregados por institución educativa, distrito, estado, región o país. Los estudiantes, los maestros, los directivos institucionales y los organismos encargados de definir las políticas educativas y de asignar recursos, se quedan con una visión incompleta y en ocasiones distorsionada de la realidad.

Pueden existir razones muy diversas para que dos estudiantes tengan un nivel de desempeño pobre en un tópico, por específico que este sea. Un estudiante puede que no sepa amplificar números quebrados (fracciones) y el otro que no sepa sumarlos. Más compleja es la situación cuando se trata de cursos completos, o de evaluaciones regionales o nacionales.

Sin embargo, gracias a tecnología ya disponible, es posible obtener información muy refinada, oportuna y automática de los niveles de aprendizaje de los exámenes aludidos. Mucho más precisa puede ser la información recabada de un examen de diagnóstico si ha sido apropiadamente diseñado para ello. El monitoreo frecuente permite tener no sólo una, sino múltiples fotografías del desempeño de cada estudiante a lo largo del tiempo y atender sus necesidades individuales en cada momento, respetando su ritmo y su estilo de aprendizaje.

El procesamiento de la información, tanto a nivel individual como agregado, usando herramientas automáticas similares a las de inteligencia de negocios (BI), posibilita adoptar medidas muy eficientes para remediar los vacíos individuales y colectivos.

Por el contrario, si no se detectan oportunamente los vacíos de aprendizaje, ellos se van acumulando en el tiempo en un efecto cascada, dado que sobre ciertos aprendizajes esperados se construyen otros nuevos: la ausencia de los primeros inhabilita la adquisición y el dominio de los siguientes.

La situación es más fácil de salvar de lo que parece a primera vista. Ello porque la detección en tiempo real y precisa de los vacíos de aprendizaje posibilita una intervención oportuna y eficaz.

### *Educación Universal de Calidad*

De acuerdo a la definición de UNICEF, las condiciones básicas para la educación de calidad, incluyen estudiantes sanos, bien alimentados apoyados en el aprendizaje por su familia y la comunidad, en ambientes sanos, seguros y protectores; con los recursos e instalaciones adecuadas, con profesores debidamente capacitados que usan metodologías centradas en el alumno y cuyos resultados son conocimientos, habilidades y competencias apropiadas para los propósitos nacionales y una participación positiva en la sociedad.

En este artículo se muestran los elementos para que grupos masivos de estudiantes (e idealmente la totalidad), en la medida que se satisfagan las condiciones descritas por UNICEF, tengan la oportunidad de alcanzar los conocimientos, habilidades y competencias requeridas.

Dada la eficiencia del sistema expuesto para alcanzar los aprendizajes esperados curriculares, el tiempo de estudiantes y docentes se torna más holgado y es posible incorporar otros elementos constitutivos de la educación de excelencia, como el espíritu crítico, la capacidad de expresarse y exponer con claridad las ideas propias, el trabajo colaborativo, entre otras. En otro artículo mostraremos cómo es posible también ocuparse eficientemente de algunos de los aspectos aludidos (Hojman & Hojman, 2014).

## Referencias

- Brown, A.L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141–178.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, Vol. 32, No. 1, pp. 9-13
- Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*: 13(1), 15–42.
- DCSF, Department for Children, Schools and Families UK (2008). *The assessment for Learning Strategy*.
- Hojman, D. y Hojman, R. (2014, en preparación). *Faraway, so close: A quantum theory of knowledge and complexity*.
- JUNAEB, Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas. (extraído el 24 de abril de 2014) *Atlas de Vulnerabilidad*  
[http://www.edinetwork.net/w8/z/017/index.asp?seccion1=contenido&id\\_web=256&sec=3&id\\_articulo=](http://www.edinetwork.net/w8/z/017/index.asp?seccion1=contenido&id_web=256&sec=3&id_articulo=)
- Miller, J. & Page, S. (2007) *Complex Adaptive Systems: An Introduction to Computational Models of Social Life*, Princeton University Press.
- Myung, Jay I., Cavagnaro, Daniel R. & Pitt, Mark A. (2013) A tutorial on adaptive design optimization, *Journal of Mathematical Psychology*, 57(3–4), pp 53-67.

## Agradecimientos

Quiero testimoniar mi agradecimiento a Juan P. Mena por las fructíferas discusiones que mantuvimos mientras realizaba este trabajo de investigación. Asimismo agradecer a Yonar Figueroa por el procesamiento de parte de los datos que sustentan la evidencia empírica y sugerir el uso de barras flotantes, y a Patricio Vildósola por su diligencia para proveerme información numérica relevante.

## APÉNDICE

### 1. Logro

Llamemos  $N$  al número de aprendizajes esperados necesarios para el curso, examen, prueba, diagnóstico;  $h$  al número de aprendizajes esperados requeridos para resolver un problema (por el momento supondremos que es el mismo número para todos los problemas) y  $K$  al número de aprendizajes esperados que domina un estudiante cualquiera. Enseguida generalizamos el modelo para la situación en que los problemas requieren dominar diferente número de aprendizajes esperados.

En ese caso, el número total de problemas  $Q$  que se puede construir con  $N$  aprendizajes esperados tomados en grupos de  $h$  es (proporcional a):

$$Q = \binom{N}{h} = \frac{N!}{(N-h)!h!}$$

Análogamente, el número de problemas  $Q_K$  que es capaz de resolver un estudiante que domina  $K \leq N$  aprendizajes esperados es (proporcional a):

$$Q_K = \binom{K}{h} = \frac{K!}{(K-h)!h!}$$

Estadísticamente hablando, la tasa de logro  $R_K$  que puede alcanzar ese estudiante cuando es sometido a un test es en ese caso:

$$R_K = \frac{Q_K}{Q} = \frac{K! \cdot (N-h)!}{N! \cdot (K-h)!}$$

Después de algunas manipulaciones algebraicas  $R_K$  deviene en:

$$R_K = \underbrace{\frac{K}{N} \cdot \frac{(K-1)}{(N-1)} \cdot \frac{(K-2)}{(N-2)} \cdots \frac{(K-h+1)}{(N-h+1)}}_{h \text{ factores}}$$

Es claro que cuando  $K = N$  (es decir cuando el estudiante domina todos los aprendizajes esperados requeridos para resolver correctamente todos los problemas), entonces  $R_N = 1$ , es decir la tasa de logro es 100%, como era de esperar.

De la expresión general encontrada para  $R_K$  las tasas de logro para un estudiante que domina  $N$  aprendizajes esperados,  $N-1$  aprendizajes esperados,  $N-2$  aprendizajes esperados,.....  $N-j$  aprendizajes esperados, están dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} R_N &= 1, \\ R_{N-1} &= 1 - \frac{h}{N}, \\ R_{N-2} &= \left(1 - \frac{h}{N}\right) \left(1 - \frac{h}{N-1}\right), \\ R_{N-3} &= \left(1 - \frac{h}{N}\right) \left(1 - \frac{h}{N-1}\right) \left(1 - \frac{h}{N-2}\right), \\ R_{N-4} &= \left(1 - \frac{h}{N}\right) \left(1 - \frac{h}{N-1}\right) \left(1 - \frac{h}{N-2}\right) \left(1 - \frac{h}{N-3}\right). \end{aligned}$$

Y en general,

$$R_K = \begin{cases} 0 & \text{si } K < h \\ \left(1 - \frac{h}{N}\right) \left(1 - \frac{h}{N-1}\right) \cdots \left(1 - \frac{h}{K+1}\right) & \text{si } h \leq K < N \\ 1 & \text{si } K = N \end{cases}$$

**Caso b**

Consideremos ahora que los problemas que se formulan pueden contemplar distintos número de aprendizajes esperados: para resolverlos correctamente algunos problemas requieren del dominio de  $h_1$  aprendizajes esperados, otros  $h_2$  y así hasta  $h_r$  aprendizajes esperados, de modo que  $h_1 > h_2 > \cdots > h_r$ , es decir,  $h_1$  es el nivel de mayor complejidad que puede tener un problema.

En ese caso, el número de problemas que se puede formular es:

$$Q = \binom{N}{h_1} + \binom{N}{h_2} + \cdots + \binom{N}{h_r} = \frac{N!}{(N-h_1)!h_1!} + \frac{N!}{(N-h_2)!h_2!} + \cdots + \frac{N!}{(N-h_r)!h_r!}$$

Análogamente el número de problemas que puede resolver correctamente un estudiante que domina  $K$  aprendizajes esperados es:

$$Q_K = \binom{K}{h_1} + \binom{K}{h_2} + \cdots + \binom{K}{h_r} = \frac{K!}{(K-h_1)!h_1!} + \frac{K!}{(K-h_2)!h_2!} + \cdots + \frac{K!}{(K-h_r)!h_r!}$$

Dado que  $h_r$  define la menor complejidad,  $\forall j > r$ , siempre se puede escribir  $h_j = h_r + m_j$ ,  $m_j \in \mathbb{N}$ , de manera que

$$h_j! = (h_r + m_j)(h_r + m_j - 1) \cdots (h_r + 1) \cdot h_r!$$

que podemos escribir como  $h_j! = \mu_j \cdot h_r!$

donde

$$\mu_j \equiv (h_r + m_j)(h_r + m_j - 1) \cdots (h_r + 1)$$

También,

$$(N - h_j)! = (N - h_j) \cdot (N - h_j - 1) \cdots (N - h_1 + 1) \cdot (N - h_1)!$$

que podemos reescribir como

$$(N - h_j)! = \nu_j \cdot (N - h_1)!$$

donde

$$v_j \equiv (N - h_j) \cdot (N - h_j - 1) \cdots (N - h_1 + 1).$$

Análogamente,

$$(K - h_j)! = (K - h_j) \cdot (K - h_j - 1) \cdots (K - h_1 + 1) \cdot (K - h_1)!$$

que si definimos

$$\delta_j \equiv (K - h_j) \cdot (K - h_j - 1) \cdots (K - h_1 + 1),$$

se escribe

$$(K - h_j)! = \delta_j \cdot (K - h_1)!$$

De esa manera,

$$Q = \frac{N!}{(N - h_1)! \cdot h_r!} \cdot \left[ \frac{1}{v_1 \cdot \mu_1} + \frac{1}{v_2 \cdot \mu_2} + \cdots + \frac{1}{v_r \cdot \mu_r} \right]$$

Para simplificar la notación definimos  $h_1 \equiv h$  y entonces,

$$Q = \Gamma \cdot \frac{N!}{(N - h)! \cdot h_r!}$$

donde por definición,  $\Gamma \equiv \left[ \frac{1}{v_1 \cdot \mu_1} + \frac{1}{v_2 \cdot \mu_2} + \cdots + \frac{1}{v_r \cdot \mu_r} \right]$

Del mismo modo

$$Q_K = \frac{K!}{(K - h_1)! \cdot h_r!} \cdot \left[ \frac{1}{\delta_1 \cdot \mu_1} + \frac{1}{\delta_2 \cdot \mu_2} + \cdots + \frac{1}{\delta_r \cdot \mu_r} \right]$$

o bien,

$$Q_K = \Delta \cdot \frac{K!}{(K - h)! \cdot h_r!}$$

con

$$\Delta \equiv \left[ \frac{1}{\delta_1 \cdot \mu_1} + \frac{1}{\delta_2 \cdot \mu_2} + \cdots + \frac{1}{\delta_r \cdot \mu_r} \right]$$

Finalmente, el Logro  $R$  en este caso está dado entonces por:

$$R_K = \frac{Q_K}{Q} = \frac{[\Delta]}{[\Gamma]} \cdot \frac{K!}{N!} \cdot \frac{(N - h)!}{(K - h)!}$$

Como vemos, salvo por el factor  $\frac{[\Delta]}{[\Gamma]}$ ,  $R_K$  mantiene la misma forma funcional que en el caso más simple, en términos de  $N$ ,  $K$  y  $h$  (el mayor grado de complejidad en este caso).



## 2. Construcción y análisis de un Examen de Diagnóstico

Para describir un examen de diagnóstico con las características y propiedades que hemos señalado, se requiere en primer lugar mapear cada uno de los problemas del repositorio que se utilizará con los respectivos aprendizajes esperados. De esa manera, cada problema queda representado mediante una cadena ordenada de ceros y unos dependiendo, respectivamente, si para su resolución se requiere o no del dominio de los aprendizajes esperados que se consideran.

El examen quedará descrito como el conjunto de las cadenas así construidas, que puede ser representado por una tabla  $H$  (matriz) de la forma indicada a continuación. En este ejemplo el examen diagnóstico consta de 75 problemas y está diseñado para evaluar 100 aprendizajes esperados (AE varía entre 1 y 100)

AE →	1	2	3	4	5	...	...	...	100
Problema ↓									
1	0	0	1	0	0	.....	.....	1	1
2	1	0	1	1	0	.....	.....	0	1
.	.	.	.	.	.	.....	.....	.....	.
.	.	.	.	.	.	.....	.....	.....	.
j	0	0	0	0	0	1	0	.....	.....
.	.	.	.	.	.	.....	.....	.....	.
.	.	.	.	.	.	.....	.....	.....	.
.	.	.	.	.	.	.....	.....	.....	.
75	1	1	0	0	1	.....	.....	.....	0
Total	20	20	18	15	12	.....	5	.....	3

De esa forma, en el ejemplo señalado, para su resolución el problema 2 requiere del dominio de los aprendizajes esperados 1, 3, 4...y 100. Y no requiere del dominio de los aprendizajes esperados 2, 5,...y 99.

Contando el número de unos en cada columna es posible saber en cuántas oportunidades se requiere el dominio del AE correspondiente a esa columna. En el ejemplo, el dominio del aprendizaje esperado 1 se requiere para la resolución de 20 problemas, mientras que el dominio del aprendizaje esperado 100 se requiere para la resolución de sólo 3 problemas.

## 3. Desplazamiento de la curva de aprendizaje

El currículo escolar establece que en primer grado, idealmente un estudiante debe dominar  $N_1$  aprendizajes esperados. Análogamente en los niveles siguientes el total de aprendizajes esperados contemplados son  $N_2, N_3, \dots$  de modo que, típicamente  $N_1 < N_2 < N_3 < \dots$

Por diferentes causas que definiremos y clasificaremos a continuación, al término de cada nivel los estudiantes no llegan a dominar todos los aprendizajes esperados de ese nivel, sino que –salvo por excepción– sólo parte de ellos. Genéricamente decimos que al finalizar el nivel  $j$  dominan  $K_j \leq N_j$  aprendizajes esperados. Es decir, en todos los niveles escolares se van generando vacíos (lagunas) de aprendizaje.

El origen de los vacíos de aprendizaje puede ser de tres tipos: (1) administrativo o de gestión: tal como ausencia del docente, inasistencia del estudiante (por enfermedad u otro motivo), distracción momentánea, suspensión de clases, desconocimiento del contenido por parte del profesor, etc.; (2)

limitación de la capacidad propia de cada alumno; (3) causal: cuando hay aprendizajes esperados con prerrequisitos del período académico anterior que no llegaron a ser dominados.

Llamemos  $\mu$  a la fracción de aprendizajes esperados no dominados por razones puramente administrativas y  $\rho$  a la fracción de aprendizajes esperados no dominados por razones imputables a la limitación de capacidad. En tal caso el número de aprendizajes esperados dominados al término del primer año será:

$$K_1 = N_1 - (\mu + \rho)N_1$$

Veamos cómo se propagan los vacíos de aprendizaje a medida que transcurre el tiempo. Hay una fracción ( $\beta$ ) de los  $N_2$  aprendizajes esperados de segundo grado que están fuertemente contruidos sobre aprendizajes esperados de primer grado. Dado que una parte ( $\mu + \rho$ ) de estos últimos aprendizajes no llegaron a dominarse, entonces – aparte del déficit administrativo y del producido por la limitación de capacidad – en segundo grado se producirán  $\beta(\mu + \rho)N_2$  vacíos adicionales, por lo que,

$$K_2 = N_2 - (\mu + \rho)N_2 - \beta(\mu + \rho)N_2 \Rightarrow K_2 = N_2 - (\mu + \rho)(1 + \beta)N_2$$

Para obtener este resultado, hemos supuesto además que, en primera aproximación, el coeficiente de déficit por gestión  $\mu$  es constante en el tiempo, es decir no depende de  $j$ . Extenderemos la misma suposición al factor de déficit por causalidad  $\beta$ , mientras que supondremos que inicialmente (cuando  $j = 1$ ) el coeficiente de déficit por limitación de capacidad  $\rho$  se distribuye normalmente.

Siguiendo un razonamiento análogo para estimar el número de aprendizajes esperados que un estudiante domina en tercer grado, encontramos que,

$$K_3 = N_3 - (\mu + \rho)(1 + \beta + \beta^2)N_3$$

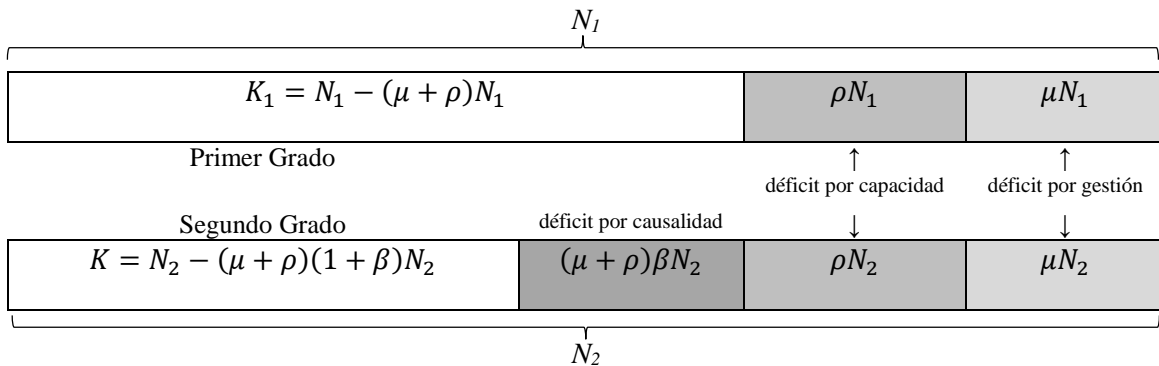
Y en general, para el  $j$ -ésimo grado,

$$K_j = N_j - (\mu + \rho)(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{j-1})N_j$$

O de manera más compacta,

$$K_j = N_j - (\mu + \rho) \frac{1 - \beta^j}{1 - \beta} N_j$$

Una representación esquemática como la siguiente puede ayudar a clarificar la obtención de las expresiones matemáticas anteriores.



Como dijimos, supondremos que el déficit por capacidad tiene una distribución normal. Llamemos  $\bar{\rho}$  al valor promedio inicial y  $\sigma$  a su desviación estándar en ese momento, de modo que el número de estudiantes en el nivel  $j$  cuya limitación es  $\rho$  está dado por:

$$n_j(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\rho-\bar{\rho}}{\sigma_j}\right)^2}$$

Como la diferencia de aprendizaje entre dos estudiantes depende exclusivamente de la diferencia de capacidades entre dichos estudiantes, entonces:

$$\Delta K = -\frac{1-\beta^j}{1-\beta}\Delta\rho$$

De manera que la dispersión en el  $j$ -ésimo nivel escolar está dada por:

$$\sigma_j = \frac{1-\beta^j}{1-\beta}\sigma$$

La fracción  $\tilde{K}_j$  de los aprendizajes esperados que un estudiante efectivamente domina en el nivel  $j$  será entonces:

$$\tilde{K}_j = \frac{K_j}{N_j} = 1 - (\mu + \rho) \frac{1-\beta^j}{1-\beta}$$