

Influencia de recursos educativos digitales en el desarrollo del pensamiento matemático al ser incorporados a estrategias de intervención pedagógica

César Augusto Acosta Minoli¹

Efraín Alberto Hoyos Salcedo

XV Encuentro Virtual Educa Perú 2014

RESUMEN

El presente documento tiene por objeto mostrar los primeros resultados de un programa de investigación en relación con la influencia del uso de recursos educativos digitales en el desarrollo del pensamiento matemático cuando estos son incorporados en una estrategia de intervención didáctica. En su primera fase metodológica, se diseñaron y desarrollaron cuatro secuencias didácticas cuyo componente principal es el uso de tecnología informática en el aula, en temas relacionados con la visualización del espacio tridimensional, el sistema de numeración posicional y el pensamiento estadístico para implementarlas con estudiantes de poblaciones urbanas y rurales del departamento del Quindío, Colombia. Como soporte de las secuencias didácticas, el grupo de investigación diseñó y elaboró una serie de software educativos. Adicionalmente, se validó el alcance de los estudiantes participantes en la investigación y se desarrolló una propuesta de formación docente basada en la metodología estudio de clase. Una característica importante dentro del proceso de construcción de la propuesta consistió de la acción participativa de estudiantes, directivas y docentes de cinco instituciones seleccionadas a participar en el programa de investigación. Así se logró obtener importante información en relación con los problemas de aprendizaje y el uso de tecnología en la clase de matemáticas en contexto.

ABSTRACT

In this paper we present preliminary results from a research program related on how a learning methodology based on software can influence on the development of mathematical thinking. In the first stage of this research program, we designed and developed four teaching sequences based on the use of software in the classroom according to the following topics: Spatial visualization ability, numerical positional system and statistics considering working with kids from urban and rural population in the province of Quindío, Colombia. To support these teaching sequences the research group also developed seven educational apps based on pedagogical and theoretical considerations, these are: La Yupana, El Ábaco de Arbey, Gráficos Estadísticos, Polidrón de Marthica, Casa de cambio, Hagamos Estadística and Cubos y cubos. Additionally we validated the sequences from a qualitative and a quantitative point of view and developed several strategies to get the teacher involved in the learning process and the use of these tools. A main feature of the developing process was the active engagement of kids, administrators, and teachers from five public schools selected to build the methodology. From this, we were able to gather important information related we real problems and learning issues as well as the real need and difficulties of using technology in the classroom.

PALABRAS CLAVES: Software educativo, pensamiento matemático, consolidación del aprendizaje, incorporación de tecnología en el aula.

1. Introducción

¹ Grupo GEDES Universidad del Quindío, Colombia, email: cminoli@uniquindio.edu.co, eahoyos@uniquindio.edu.co <http://academia.uniquindio.edu.co/academia/investigacion/gedes/>

Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del presente siglo. El desarrollo del pensamiento matemático contribuye a la competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico porque hace posible una mejor comprensión del entorno.

El aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria está íntimamente vinculado con la didáctica utilizada por el docente. Los niños aprenden interactuando en sus entornos. Los fenómenos y los objetos de la naturaleza les aportan la información inicial que conforma lo que se denomina: saber previo, experiencias, concepciones, conocimiento natural etc. Saber previo que desde la posición constructivista debe ser reconocido y a partir de éste acompañar al niño hacia otros niveles de comprensión ayudándole a superar las contradicciones y la ignorancia. Aparece entonces la necesidad de un acompañamiento, mediante una estrategia adecuada, a partir del conocimiento de los saberes específicos, de la cultura y del estado potencial del estudiante.

Lo anterior implica que, dentro de una flexibilidad curricular es necesario establecer estrategias de intervención pedagógica las cuales presentan nuevas situaciones de aprendizaje que permitan cambios cualitativos, crecimiento cognoscitivo, intelectual y afectivo, que tengan en cuenta motivaciones e intereses de los niños, donde no haya temor a equivocarse y se pueda corregir los errores o modificar respuestas, se obtenga información de logros y carencias, estrategias que hagan más natural el aprendizaje. Se trata de estructurar, aplicar y sistematizar un proceso de intervención pedagógico que dentro de un ambiente cooperativo, lúdico e informático se respete la lógica y las propias elaboraciones de los niños, y les ayude a desarrollar un pensamiento que les permita acceder a compromisos más elaborados de los sistemas conceptuales básicos de las matemáticas para interactuar con el mundo en que se encuentre.

En relación con el pensamiento matemático, la comunidad de educadores en matemáticas en Latinoamérica ha señalado que el desempeño intelectual de los estudiantes, desde la perspectiva del currículo oficial, ha disminuido en los últimos años; al menos así los demuestran los indicadores de rendimiento académico en todos los subniveles del sistema social. Algunos investigadores reportan que el problema aumenta conforme se alcanzan niveles más avanzados de escolaridad. En este sentido se conjeturan insistentemente, que el desarrollo de habilidades básicas del pensamiento propicia en los alumnos, un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma de decisiones y en la solución de problemas relacionados con situaciones de la vida diaria. Particularmente fructífero para el problema pedagógico de desarrollar las habilidades de pensamiento matemático, resulta la descripción de la teoría de Piaget, como un proceso secuencial de adquisición de conocimientos, en el cual el sujeto analiza los elementos novedosos de su ambiente y los incorpora a su estructura cognitiva, lo que produce un estado de desequilibrio temporal; luego sus esquemas cognitivos y con ellos la estructura se acomoda alcanzando un nuevo estado de equilibrio inestable, superior al que presentaba antes de construir el nuevo conocimiento.

Esta concepción lleva al docente de matemática a considerar el aprendizaje como un proceso continuo e individual de conocimientos, y en consecuencia su rol pedagógico es el de facilitador de las condiciones que inducen al proceso de maduración mental y a la manifestación eficaz de competencias cuantitativas. En tal sentido, es imperativo señalar que la noción de reequilibrio de esquemas no necesariamente se produce en el mismo tiempo y circunstancia para todos los individuos, por ello es vital que la ayuda pedagógica, en matemática, esté presente de manera efectiva y eficaz para que

el aprendiz logre comprender y explicar su percepción individual y social del mundo matemáticamente. De allí la necesidad de que el docente de matemática se dote de recursos, conocimientos y habilidades de enseñanza para lograr la presencia de la relación asimilación-acomodación de saberes matemáticos en diferentes niveles según la edad; y por consiguiente acelerar, en la medida que lo permitan las individualidades, la evolución intelectual de las operaciones formales.

Por otra parte, no se puede negar el impacto que las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) tienen en la sociedad contemporánea. En la actualidad, el uso de las TIC está inmerso en la vida cotidiana. Por lo tanto, la escuela como modelo de sociedad y como formadora de ciudadanos no puede ser ajena a esto. Los jóvenes necesitan de alternativas y propuestas educativas acordes con el medio tecnológico en el cual viven.

Las tecnologías por sí mismas no mejoran la calidad de la educación, pero existen diferentes investigaciones que demuestran que el uso apropiado de la tecnología de la mano con un plan didáctico adecuado permiten potenciar el aprendizaje (Garay,2008). El uso de un buen programa de computador, en el momento de aprender un nuevo concepto matemático o de consolidar un saber aprendido, presenta nuevas perspectivas de tipo mediático y sensorial al estudiante las cuales no pueden ser apreciadas o estimuladas por medio de recursos didácticos convencionales.

En el sentido del párrafo anterior, la tecnología computacional juega un papel importante como apoyo para el aprendizaje. En Colombia, el Ministerio de Educación Colombiano es consciente de las posibilidades que brinda la informática y el uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza de las matemáticas en general, según se afirma en el libro de los lineamientos curriculares de las matemáticas: "*Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tiene, enriquecen el currículo con los nuevos paradigmas asociadas y los llevan a evolucionar*" (MEN, 1999, 2003) . De otro lado, el grupo GEDES (Grupo de estudio y desarrollo de software) de la universidad del Quindío Colombia desde 1996 viene realizando una serie de investigaciones y desarrollando una diversidad de recursos educativos digitales en pro de la incorporación de las nuevas tecnologías como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas. Es el caso de los proyectos *Estudio experimental del uso del geoplano computarizado en la enseñanza de la geometría euclidiana* (Hoyos,2002), *Estrategia de intervención pedagógica con juegos computarizados que contribuyan a la consolidación del esquema multiplicativo* (Hoyos,2007) y *Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos* (Hoyos, 2012). Con respecto a la enseñanza de los sistemas posicionales con tecnología informática se evidencia el trabajo de Cadavid (Cadavid,2013) quien a través de una plataforma denominada LMS (Learning management systems) desarrolló una metodología para mejorar la comprensión del concepto de valor posicional en el sistema de numeración decimal. En la actualidad, se pueden encontrar recursos didácticos para la enseñanza del sistema decimal que pueden ser utilizados hasta en dispositivos móviles y tabletas, ver (Ventura,2011). En el caso de la enseñanza de la visualización espacial se destaca el software Elica ver (Christou,2008), (Pitallis,2009).

Sin embargo, a pesar de los avances referenciados en el párrafo anterior aún es necesario el desarrollo de innovaciones educativas basadas en el uso de la informática identificando el papel del docente en este uso y canalizando su potencial mediante una capacitación que permita un mejoramiento educativo en los estudiantes, en particular, en el desarrollo del razonamiento numérico apoyado con software educativo. En las instituciones educativas consultadas, en un intento por suplir las demandas tecnológicas que exige la sociedad, se hace un gran esfuerzo por conseguir e implementar infraestructura de tipo tecnológico, como lo son, las salas de

informática y tabletas digitales entre otros, sin embargo no existen contenidos, programas, materiales digitales, ni políticas claras para trabajar en ellas. Por lo tanto, estos recursos terminan siendo subutilizados.

Adicionalmente, si se toma en cuenta la tradicional resistencia de la educación al cambio, el rechazo espontáneo a la introducción de instrumentos tecnológicos en el aula de clase por parte de muchos educadores, así como la tendencia del sistema escolar a neutralizar los efectos potenciales de las innovaciones a través de la absorción y adaptación de la situación actual, no es sorprendente que los computadores no hayan afectado la educación de una manera sustancial.

Las consideraciones anteriores dan cuenta del planteamiento de una problemática general sobre el desarrollo del pensamiento matemático el cual se encuentra en estado deficitario y permiten a los investigadores formular la siguiente pregunta de investigación a la luz del uso de las TIC.

¿Existen relaciones significativas entre estrategias de intervención pedagógica con incorporación de tecnologías de la información y la comunicación TIC y el desarrollo de cada uno de los pensamientos numérico, estadístico y geométrico espacial, en estudiantes de séptimo grado de educación básica del Departamento del Quindío; como también, relaciones entre el uso innovador de TIC y la correspondiente formación de los docentes?

El presente documento tiene por objeto presentar los resultados preliminares de un programa de investigación en relación con la influencia del uso de recursos educativos digitales en el desarrollo del pensamiento matemático cuando estos son incorporados en una estrategia de intervención didáctica. El contenido se presenta en cuatro secciones: en la sección 2 se describe el desarrollo del programa de investigación considerando los objetivos, la metodología, los materiales y aplicaciones diseñados por el grupo de investigación. Posteriormente en la sección 3 se describen los impactos y resultados obtenidos. Finalmente, en la sección 4 se hace una discusión y se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Desarrollo del programa de investigación

Con el fin de responder la pregunta planteada en la sección anterior, el grupo de investigación planteó como objetivo general *“Potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en niños de Educación Básica Primaria del sector oficial del Departamento del Quindío, mediante la incorporación racional de software educativo a estrategias de intervención pedagógica, y capacitar a docentes en el conocimiento y uso racional de tecnología informática”*. Para lograrlo, fue necesario de la creación de un consorcio de trabajo colaborativo entre el grupo de investigación, la red de profesores de matemáticas del departamento del Quindío y la secretaría de Educación del departamento, de esta forma fue posible conocer a fondo las problemáticas de aprendizaje de los estudiantes, conocer las dificultades que los mismos docente reconocen a la hora de usar tecnología en el aula de clase y aplicar de forma directa y consistente los planes y políticas sobre el uso racional de tecnología en la región

Para abordar la problemática se consideraron los siguientes cuatro proyectos asociados:

- *Influencia de un software educativo en la consolidación del sistema decimal de numeración a partir de la lógica de construcción de sistemas posicionales.* Generalmente se considera que cuando el niño lee, escribe los números, y

maneja las casillas de unidades, decenas, centenas, tiene un conocimiento adecuado del sistema decimal de numeración pero en realidad muchos niños fracasan cuando se enfrentan a problemas hasta elementales, que requieren manejar la lógica fundamental del sistema decimal de numeración. De ahí la importancia de explorar el pensamiento del niño para conocer el proceso que sigue en la comprensión del sistema de notación y consolidar el sistema decimal de numeración a partir de la lógica de construcción de sistemas posicionales.

- *Mejoramiento de habilidades de visualización del espacio tridimensional con un ambiente informático.* El objeto de estudio son las habilidades de visualización del espacio tridimensional con un ambiente informático, en el cual se desea implementar una estrategia de intervención pedagógica para evaluar las probables diferencias de las habilidades de visualización del espacio tridimensional.
- *Implementación de una estrategia de intervención pedagógica en el contexto de una didáctica con software para el desarrollo del pensamiento estadístico en niños y niñas de séptimo de básica secundaria.* En la actualidad, la sociedad reconoce el gran papel que tiene la estadística para su desarrollo. Los recientes y constantes cambios sociales a nivel ideológico y tecnológico exigen un ciudadano con la capacidad de argumentar y razonar críticamente frente a la gran diversidad de información que recibe a través de los medios de comunicación y su quehacer profesional. Este proyecto tiene por objetivo diseñar, desarrollar y validar una estrategia de intervención pedagógica en el contexto de una didáctica con software para el desarrollo del pensamiento estadístico de los niños y niñas de grado 7° de básica secundaria.
- *Las nuevas tecnologías y el desarrollo del pensamiento matemático en niños y niñas de escuela nueva.* Hoy desde la macro tendencia de la formación de los niños y niñas para su futuro desempeño, se tiene bien claro que las alternativas disponibles por las ciencias y las tecnologías son opciones indiscutibles que permiten mediar el aprendizaje con mayores potencialidades. La institución educativa, ubicada en el contexto nacional presente y futuro adquiere una importancia en el proceso modernizador pues a ella le compete la formación de niños y niñas con sentido de nación y el desarrollo de competencias, habilidades y destrezas para que aprendan y utilicen el conocimiento en la construcción de un país más moderno, que pueda enfrentarse al mundo con identidad, especialización y calidad. Colombia en muy pocos años ha pasado de ser una sociedad eminentemente rural a una con predominio de lo urbano. Rápidamente el país se ha conectado a través de los medios de comunicación y a través del intercambio. El siguiente texto tomado de "Escuela Nueva Frente a los Retos de la Sociedad Contemporánea" nos muestra que el éxito de Escuela Nueva y de la acción educativa está en lograr que niños y jóvenes adquieran las herramientas básicas para cuatro propósitos básicos: 1. su inserción significativa en el mercado de trabajo. 2. su inserción significativa en las distintas instituciones de la sociedad. 3. su inserción significativa en el ámbito político. 4. su inserción significativa en el mundo a través de la adquisición de los códigos de la cultura universal. Apoyados en el argumento anterior que nos habla acerca de la pedagogía implementada en Escuela Nueva se pretende con esta propuesta ser mediadores y generar un proceso que contribuya a mejorar el desarrollo del pensamiento matemático incorporando las nuevas tecnologías en Escuela Nueva, como también desarrollar y producir una didáctica sustentada en una

serie de materiales los cuales incluyen material educativo computarizado y material pedagógico de apoyo.

El objetivo general consiste en sistematizar los aspectos significativos cuando se implementa (diseño, desarrollo y validación) una estrategia de intervención pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático en los niños y niñas de Escuela Nueva al interactuar en un proceso didáctico basado en la utilización de las Nuevas Tecnologías.

Tal como se puede verificar en los proyectos asociados al programa de investigación, cada uno de tres de estos proyectos trata de un tipo específico de pensamiento y el cuarto proyecto incorpora TIC a la Metodología de Escuela Nueva. Dicho planteamiento se resume en la figura 1.



Figura 1. Proyectos asociados al programa de investigación.

2.1 Metodología

Para lograr abarcar esta problemática se desarrolló una estrategia basada en la teoría propuesta por Galvis (1994). "Planeación Estratégica de Informática Educativa". Por lo tanto se propusieron tres fases metodológicas de investigación las cuales se presentan a continuación y se resumen en la figura 2:

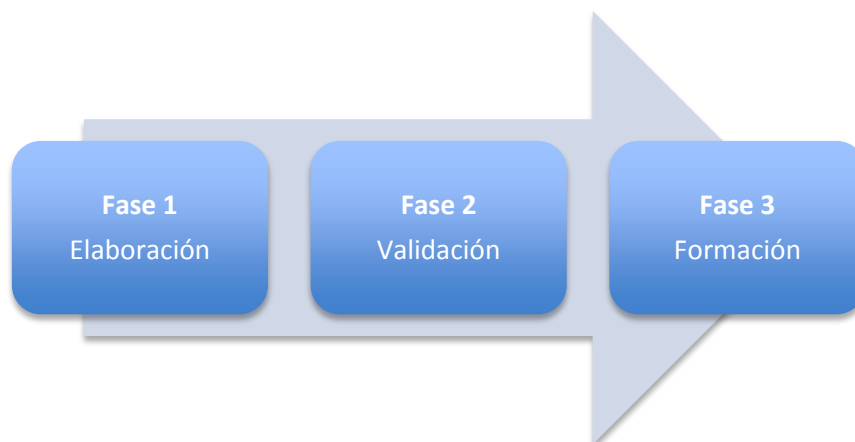


Figura 2. Fases metodológicas de la investigación

- **Fase uno:** *Elaboración del proceso de intervención.* Esta fase tuvo por objeto indagar, explorar y construir de manera simultánea cuatro (4) propuestas de intervención pedagógica o secuencias didácticas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación TICs considerando estudiantes del sector urbano y rural. Cada secuencia didáctica corresponde a cada uno de los cuatro proyectos asociados presentados en el párrafo anterior.

Estas secuencias se realizaron con el apoyo de los docentes de la red de matemáticas, niños y niñas de instituciones seleccionadas en las áreas urbanas y rural, personal técnico de la instituciones y el equipo investigativo del Grupo GEDES.

La metodología de investigación en esta fase corresponde a la investigación-acción enmarcada desde los presupuestos de Lawrence Stenhouse quien la define como "Una indagación (basada en la curiosidad y el deseo de comprender) sistemática (respaldada por una estrategia) y autocrítica (permite hacer una valoración sobre algo)". La investigación acción permite que las aulas de clase se conviertan en laboratorios y los profesores, desde su función de investigadores, en ejecutores de las teorías educativas propuestas.

De esta manera, niños, niñas, educadores e investigadores desarrollaron procesos de observación, exploración, experimentación, interpretación y producción de conocimiento, para hacer de estas acciones, parte integral de la cotidianidad personal y de la escuela.

- **Fase dos:** *Validación del proceso de intervención.* Esta fase tuvo como objetivo validar cuantitativa y cualitativamente la secuencias didácticas generadas en la fase uno y describir desde el punto de vista cualitativo los hechos mas relevantes de la intervención con los niños y niñas en el aula de clase. Se considera entonces, que la metodología de investigación en esta etapa corresponde a un enfoque mixto de corte cualitativo y cuasi experimental. Las secuencias didácticas de cada uno de los proyectos asociados se validó de manera simultánea en cada una de las cinco instituciones participantes en la investigación. Conocedores de que el desarrollo de software no es un producto finito y terminado, será posible realizar modificaciones y actualizaciones del mismo.

Los indicadores que permitieron establecer una relación significativa de manera cuantitativa entre las variables están establecidos en función de los estándares básicos de competencias en Matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) como se presentan en las tablas 1, 2 y 3.

Finalmente, la información se obtuvo por medio de la aplicación y evaluación de las actividades diseñadas para el tratamiento cuasi-experimental, instrumentos de medición pre-test - post-test e instrumentos de recolección de información cualitativa a partir de las observaciones que adoptaron la forma de entrevista, narraciones tanto de estudiantes, como docentes y directivos de las instituciones. Adicionalmente, es importante resaltar que se llevó en cada una de las intervenciones un diario de campo.

Indicadores en Visualización espacial

- 1 Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- 2 Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.
- 3 Representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.

Tabla 1. Indicadores para validar el proceso de intervención pedagógica *Mejoramiento de habilidades de visualización del espacio tridimensional con un ambiente informático.*

Indicadores en Sistema de numeración posicional

- 1 Justificar el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- 2 Resolver y formular problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- 3 Formular y resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- 4 Establecer conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores

Tabla 2. Indicadores para validar el proceso de intervención pedagógica del proyecto *Influencia de un software educativo en la consolidación del sistema decimal de numeración a partir de la lógica de construcción de sistemas posicionales.*

Indicadores en razonamiento estadístico

- 1 Reconocer la relación entre un conjunto de datos y su representación.
- 2 Interpretar, producir y comparar representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares).
- 3 Usar medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.
- 4 Conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.
- 5 Predecir y justificar razonamientos y conclusiones usando información estadística

Tabla 3. Indicadores para validar el proceso de intervención pedagógica del proyecto *Implementación de una estrategia de intervención pedagógica en el contexto de una didáctica con software para el desarrollo del pensamiento estadístico en niños y niñas de séptimo de básica secundaria.*

- **Fase tres: Formación docente y retroalimentación.** Esta fase tuvo por objetivo extender el uso de las secuencias didácticas y experiencias de aula obtenidas en la fase uno y validadas en la fase dos a las demás instituciones del departamento del Quindío adscritas a la red de profesores de matemáticas de la secretaria departamental. La metodología de investigación en esta etapa correspondió a un enfoque cualitativo tipo investigación-acción y metodología estudio de clase. Conocedores de que el desarrollo de software no es un producto finito y terminado, en esta etapa también será posible realizar modificaciones y actualizaciones del mismo.

Para lograr la incorporación de las prácticas pedagógicas con el uso de tecnología por parte de los docentes se propuso el desarrollo de una serie de jornadas de formación denominadas **Formatic (Formación docente en didáctica de las matemáticas asistida por TIC)** cuyos objetivos fueron los

siguientes: *Formar a los docentes de matemáticas de la Secretaría Departamental de Educación del Quindío adscritos a la red de matemáticas en torno al software desarrollado por el grupo GEDES. Incorporar el software a las prácticas de aula por medio de la metodología de Estudio de Clase y Sensibilizar a los profesores sobre el uso racional de las TIC en la práctica docente.* Parte del proceso de formación exigía la realización de un estudio de clase por parte del docente participante, esto es, una indagación en el aula alrededor de un problema didáctico, cuya solución se pudiese aproximar a través del uso de material didáctico computarizado.

2.2 Propuesta de aula de las secuencias didácticas

La propuesta de aula de cada una de las secuencias didácticas se basa en la teoría cognitiva del aprendizaje (Baroody,2000), se enfoca en el trabajo constructivista y colaborativo, esto es, el estudiante mediante el uso del software educativo y de las actividades desarrolladas por el grupo de investigadores tendrá la posibilidad de extrapolar, discutir y conjeturar sobre las relaciones matemáticas y las diferentes representaciones de los objetos que construye. Dicha propuesta en el aula se compone de tres fases las cuales se presentan a continuación:

- **Estados previos** (indagación). Mediante un diálogo con los estudiantes, el maestro relaciona el tema de la actividad anterior con el tema correspondiente a desarrollar. En esta etapa el maestro también indaga sobre los conocimientos previos que el estudiante tiene acerca del nuevo tema, y llama la atención sobre lo pertinente al nuevo lenguaje dentro de este.
- **Desarrollo y descubrimiento** (Orientación dirigida y libre). En ésta parte, el estudiante emplea las guías y el software desarrollado, el aprendizaje se realiza en grupos (normalmente dos estudiantes), lo que les permite intercambiar argumentos y llegar a los primeros acuerdos conceptuales con respecto al tema de estudio.
- **Puesta en común.** Esta etapa es de suma importancia en el proceso de aprendizaje. Aquí los estudiantes relatan las experiencias obtenidas en el desarrollo de la etapa anterior. Los estudiantes mediante acuerdos orientados por el maestro, forman un sistema de relaciones del objeto de estudio, lo cual los lleva a un nuevo nivel de aprendizaje. La intervención del maestro en ésta fase consiste en proporcionar a los estudiantes algunos panoramas generales de aquello que ellos ya conocen.

La propuesta se enfoca en promover la construcción de las razones que hacen al funcionamiento de los conceptos por parte de los alumnos, se espera de que lleguen a comprender los principios que rigen el sistema y las operaciones subyacentes a la notación matemática. Las ideas centrales del desarrollo de esta propuesta se basan en los supuestos teóricos propuestos por F Terigi, Lerner y sus respectivos colaboradores, (Terigi,2007,Lerner,1994).

Para F. Terigi et al. (Terigi,2007) una de las ideas vigentes en el plano didáctico es tomar como eje la producción de conocimiento por parte de los alumnos. Las situaciones que favorecen la construcción de nuevos conocimientos son aquéllas que plantean un problema, un desafío.

2.3 Software y material desarrollado por el grupo de investigación

Para las actividades en el aula se utilizaron siete software educativos desarrollados por el grupo de investigación siguiendo para su elaboración los lineamientos de desarrollo de software educativo propuestos por Galvis, y por Tchounikine, ver (Galvis,1994) y (Tchounikine, 2011). A continuación se presenta de forma breve el software elaborado en función de los saberes que desarrollan el pensamiento matemático contemplados en el proyecto: visualización espacial, sistema de numeración posicional y razonamiento estadístico:

Software de visualización espacial

La primera aplicación elaborada en el área de la visualización espacial es el software denominado *cubos y cubos* el cual corresponde a un micro mundo para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría espacial por medio de las tecnologías computacionales. Este software educativo ofrece la posibilidad de explorar el espacio y los objetos tridimensionales de forma novedosa y totalmente interactiva. *Cubos y cubos* permite el desarrollo de la visualización espacial, el manejo de la perspectiva y la capacidad para calcular volúmenes de sólidos irregulares, a través de la construcción libre o guiada de sólidos únicamente con el uso de unidades cúbicas. La interface se pueden apreciar en la Fig 3.

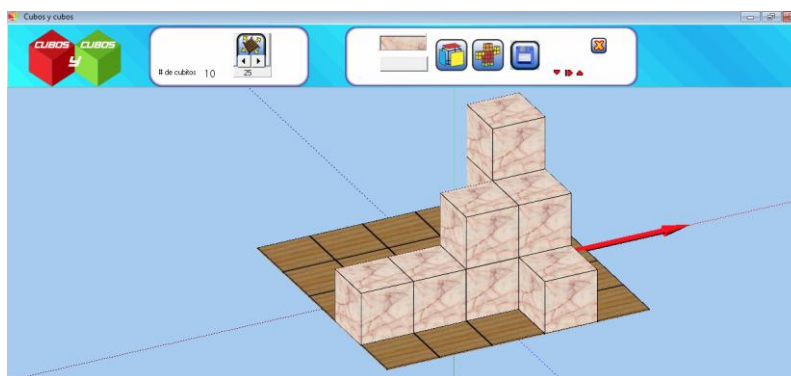


Figura 3. Interface del software educativo *Cubos y cubos*.

La segunda aplicación corresponde al software denominado *Polidró de Marthica*, un micromundo tridimensional diseñado para construir poliedros a partir de sus desenvolvimientos en figuras planas mediante el uso de polígonos regulares. La interface se presenta en la figura 4.

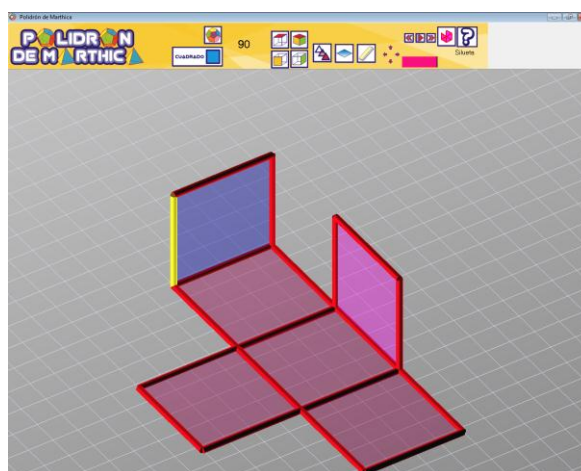


Figura 4. Interface del software educativo *Polidrón de Marthica*.

Software para el sistema de numeración posicional

Con relación a los sistemas de numeración posicionales el primer software desarrollado se denomina *Casa de cambio* y consiste de un conjunto de fichas de colores blanco, rosadas, azules y amarillas a las cuales se les asigna un valor según el color, por ejemplo, dos blancas equivalen a una rosada, dos rosadas equivalen a una azul y dos azules equivalen a una amarilla. Posteriormente para el desarrollo del juego en el computador los jugadores lanzan un dado virtual y el computador en su papel de banco entrega al jugador el número de fichas blancas que indique el dado, finalmente el Jugador deberá hacer las conversiones a fichas de otros colores de acuerdo a las equivalencias establecidas inicialmente. En el desarrollo del juego se pueden presentar situaciones en las que al estudiante se le lleve a realizar sumas y restas en diferentes bases, además de realizar el proceso inverso de conversión de base diez (10) a otras bases. La interface del juego se presenta en la Fig.5.

El segundo software educativo utilizado se denomina *Ábaco de Arbey*, su interface construida de forma tridimensional modela un ábaco abierto no convencional, pues está diseñado a manera de contenedor con diferentes secciones, las cuales permiten cambiar el número de elementos que se agrupan en cada orden (base). Dichas secciones están asignadas a las fichas de colores trabajadas en la casa de cambio, de esta forma el ábaco abierto en el computador se convierte en una herramienta visual complementaria a la casa de cambio, ya que permite al estudiante estructurar la lógica del juego y llevarla a una representación formal. La interface del software *Ábaco de Arbey* se presenta en la Fig. 6.

Por último en relación con la consolidación del sistema de numeración posicional se elaboró el software la yupana el cual tiene por objetivo ofrecer a sus usuarios un ambiente de aprendizaje que les permite trabajar en el concepto de número, el algoritmo de la suma, el algoritmo de la resta y sus representaciones usando el sistema de numeración posicional en diferentes bases. La interface de la yupana se presenta en la figura 7.



Figura 5. Interface Software Educativo la Casa de Cambio.

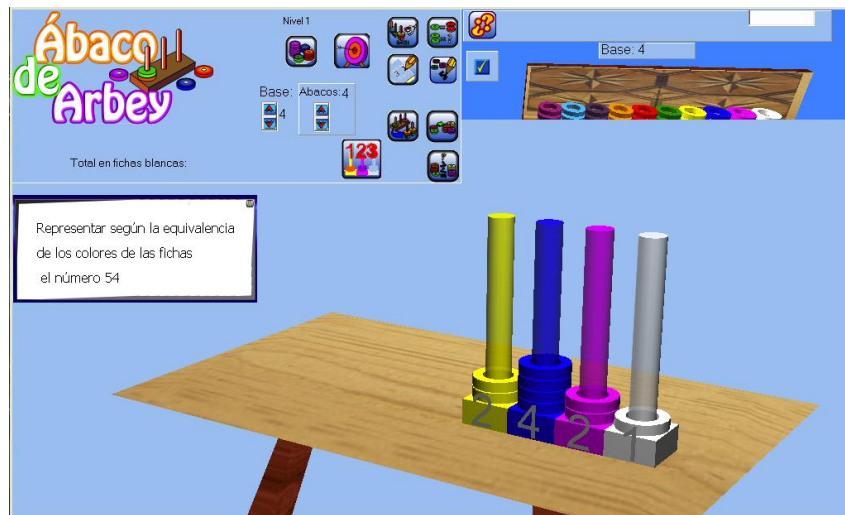


Figura 6. Software Educativo ábaco de Arbey. En esta imagen el software le propone de forma automática el siguiente problema al estudiante: *Representar según la equivalencia de los colores (en este caso base 4) el número 54.*



Figura 7. Interface del software educativo *La yupana*.

Software para el desarrollo del razonamiento estadístico

Para desarrollar el pensamiento estadístico, el primer software elaborado se denomina *Hagamos estadística* este permite la consolidación de los conceptos de población, muestra, medidas de tendencia central y realización de gráficos de barras mediante la resolución de problemas planteados por el software de forma automática. Su interface se puede apreciar en la Fig 8.



Figura 8. Interface del software educativo *Hagamos estadística*.

Finalmente, el segundo software elaborado se denomina *Hagamos gráficas estadísticas*, este corresponde a un juego diseñado para ejercitar la construcción de diagramas estadísticos, se destacan: la construcción de diagramas de barras a partir de la tabla de frecuencias, construcción de diagramas de porciones a partir de la tabla de frecuencias, construcción de tablas de frecuencias a partir de experimentos aleatorios, construcción de tablas de frecuencias a partir del diagrama de barras y el calculo de las medidas de tendencia central a partir de la tabla de frecuencias. La interface de este juego se puede observar en la figura 9.

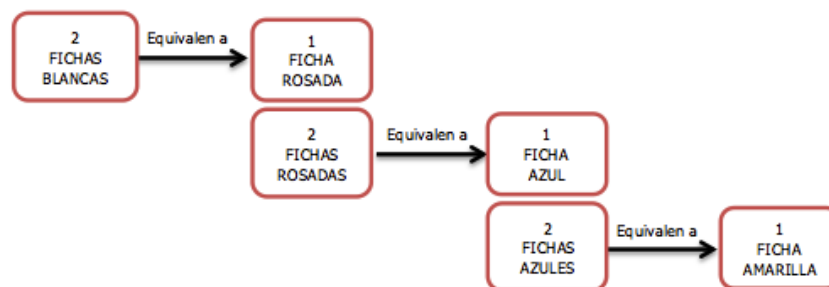


Figura 9. Interface inicial del software educativo *Hagamos gráficas estadísticas*.

En general, el software educativo desarrollado ofrece una serie de actividades interactivas las cuales se generan de forma automática y complementan el aprendizaje.

Como ejemplo de algunas de las actividades y preguntas desarrolladas, para lograr el proceso de consolidación conceptual considere el siguiente problema en donde se establece la siguiente relación entre las fichas de la casa de cambio.

1. Analice el esquema del juego de la casa de cambio **en base 2** y posteriormente resuelva las preguntas que se le plantean:



- a) ¿A cuántas fichas blancas equivale una ficha amarilla?

.....

- b) Iván Camilo tiene **15** fichas blancas y Ana María tiene **2** fichas azules. Si los dos cambiaran sus fichas por fichas rosadas ¿quién tendría más de estas fichas?

.....

Figura 10. Actividad que permite el trabajo de cambio de unidades en la misma base.

3. Resultados

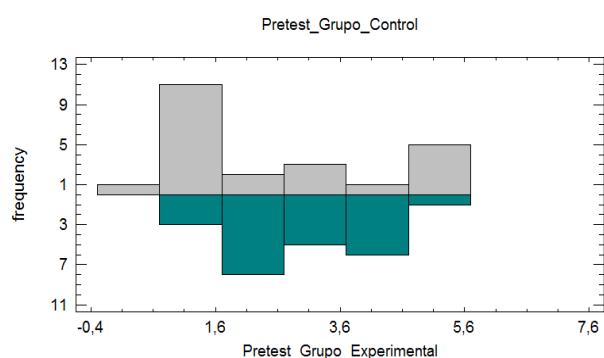
3.1 Resultados en relación con la validación del software

La validación de corte cuasi experimental tuvo por objetivo general establecer experimentalmente si las secuencias didácticas diseñadas con el software educativo desarrollado por el grupo de investigación influyen de forma significativa en la apropiación de los conceptos cuyos indicadores se presentaron en las tablas 1, 2 y 3. Con el fin de realizar este estudio se diseñó una prueba t-student siguiendo los lineamientos de Campbell en estudios cuasi experimentales.

La población comprendió los niños y niñas de grado séptimo del sector urbano y rural en cinco instituciones educativas oficiales del departamento del Quindío. Cada institución por sus características contiene tres grados séptimos de en promedio 40 estudiantes, la institución rural cuenta con 28 estudiantes. De esta población se seleccionaron las muestras pertinentes con las técnicas estadísticas apropiadas. Los siguientes resultados corresponden a los resultados preliminares del proyecto *Mejoramiento de habilidades de visualización del espacio tridimensional con un ambiente informático*.

Homogeneidad de grupos. Para comprobar la homogeneidad de los grupos, se aplicó la prueba estadística T-Student al Pre-test realizado a los dos grupos (control y experimental). Los resultados fueron los siguientes:

	<i>Pretest Grupo Control</i>	<i>Pretest Grupo Experimental</i>
Frecuencia	23	23
Promedio	2,53609	3,11652
Desviación Estandar	1,65699	0,94754
Coefi. de Variación	65,3365%	30,4038%
Mínimo	0,0	1,67
Máximo	5,0	5,0
Rango	5,0	3,33
Std. oblicuidad	0,763027	0,319697
Std. curtosis	-1,21445	-0,897663



Prueba t para comparar medias

Hipótesis nula: mean1 = mean2

Alt. hipótesis: mean1 NE mean2

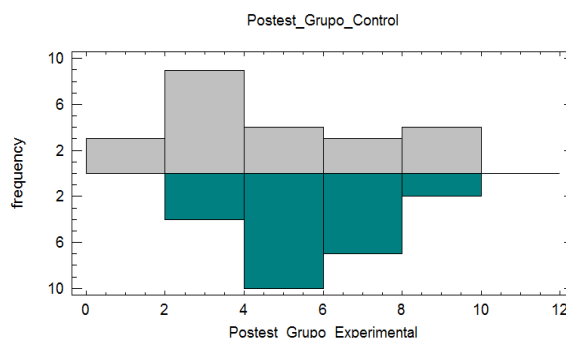
suponiendo varianzas iguales: t = -1,45835 P-valor = 0,151847

Conclusiones

- Los resultados obtenidos en P, en la prueba de análisis de medias de dos muestras son superiores al $\alpha = 0.05$ (nivel de significancia) por lo cual no existe diferencias significativas entre los grupos control y experimental de acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar el Pre-test.
- Habiendo obtenido entonces $P=0,151847 > 0.05$ indica que no existen diferencias significativas entre las medias de los grupos control y experimental, proporcionando los elementos estadísticos suficientes para afirmar la homogeneidad de los grupos, para la aplicación de la estrategia didáctica.

Resultados de la estrategia didáctica Para el análisis estadístico de los datos del pos-test del grupo control y experimental, se procedió a utilizar la prueba T - Student obteniendo los siguientes resultados:

	<i>Postest Grupo Control</i>	<i>Postest Grupo Experimental</i>
Frecuencia	23	23
Promedio	4,6	5,50522
Desviación Estandar	2,66802	1,67907
Coefi. de Variación	58,0005%	30,4996%
Mínimo	0,83	2,5
Máximo	10,0	8,33
Rango	9,17	5,83
Std. oblicuidad	1,23852	0,0171181
Std. curtosis	-0,803646	-0,959431



Prueba t para comparar medias

Hipótesis nula: mean1 = mean2

Alt. hipótesis: mean1 NE mean2

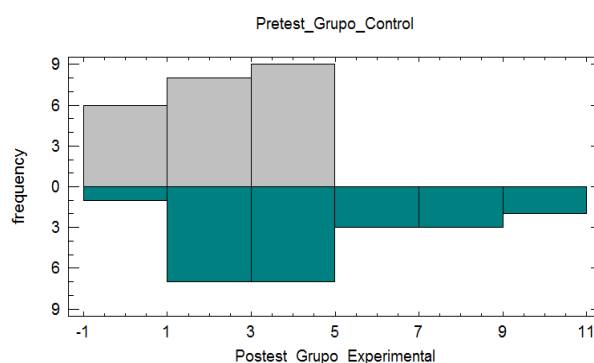
suponiendo varianzas iguales: t = -1,37713 P-valor = 0,175438

Conclusiones

- Los resultados obtenidos en P, en la prueba de análisis de medias son superiores al $\alpha = 0.05$ (nivel de significancia) por lo cual se afirma que no hay diferencias significativas entre los grupos control y experimental de acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar el pos-test.
- Habiendo obtenido entonces $P=0.175438 > 0.05$ indica que no hay diferencias significativas entre las medias de los grupos control y experimental, indicando que la estrategia didáctica aplicada al grupo experimental no tuvo mayor incidencia en el proceso de aprendizaje, aunque sí tuvo un valor promedio mayor en el grupo experimental en donde se usó el software educativo.

Grupo control (juegos manipulativos)

	<i>Pretest_Grupo_Control</i>	<i>Postest_Grupo_Experimental</i>
Frecuencia	23	23
Promedio	2,53609	4,6
Desviación Estandar	1,65699	2,66802
Coefi. de Variación	65,3365%	58,0005%
Mínimo	0,0	0,83
Máximo	5,0	10,0
Rango	5,0	9,17
Std. oblicuidad	0,763027	1,23852
Std. curtosis	-1,21445	-0,803646



Comparación de Medias

Hipótesis nula: mean1 = mean2

Alt. hipótesis: mean1 NE mean2

suponiendo varianzas iguales: t = -3,15159 P-valor = 0,00292052

Conclusiones

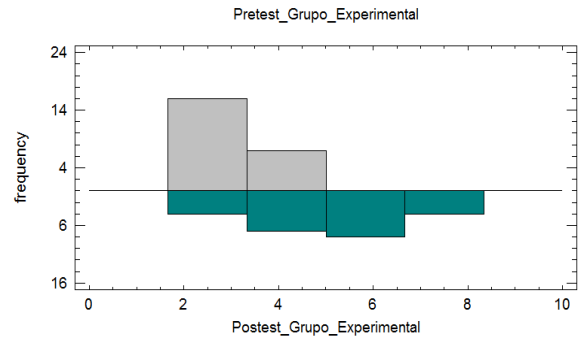
- Los resultados obtenidos en P, en la prueba de análisis de medias son inferiores al $\alpha = 0.05$ (nivel de significancia) por lo cual se afirma que existen

diferencias significativas entre el pre-test del grupo control con respecto al post-test, de acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar ambas pruebas.

- Habiendo obtenido entonces $P=0,0029052 < 0.05$ indica que existen diferencias significativas entre las medias del pre-test y el post-test realizada en el grupo control, indicando que la estrategia didáctica aplicada tuvo efecto en el proceso de aprendizaje del grupo.

Grupo experimental (software)

	<i>Pretest Grupo Experimental</i>	<i>Postest Grupo Experimental</i>
Frecuencia	23	23
Promedio	3,11652	5,50522
Desviación Estandar	0,94754	1,67907
Coefi. de Variación	30,4038%	30,4996%
Minimo	1,67	2,5
Maximo	5,0	8,33
Rango	3,33	5,83
Std. oblicuidad	0,319697	0,0171181
Std. curtosis	-0,897663	-0,959431



Comparación de Medias

Hipótesis nula: $\text{mean1} = \text{mean2}$

Alt. hipótesis: $\text{mean1} \neq \text{mean2}$

suponiendo varianzas iguales: $t = -5,94185$ P-valor = $4,10829 \text{ E-}7$

- Los resultados obtenidos en P, en la prueba de análisis de medias son inferiores al $\alpha = 0.05$ (nivel de significancia) por lo cual se afirma que existen diferencias significativas entre el pre-test del grupo experimental con respecto al post-test, de acuerdo con los resultados obtenidos al aplicar ambas pruebas.
- Habiendo obtenido entonces $P=4,10829 \text{ E-}7 < 0.05$ indica que existen diferencias significativas entre las medias del pre-test y el post-test realizada en el grupo experimental, indicando que la estrategia didáctica aplicada tuvo efecto en el proceso de aprendizaje del grupo.

3.2 Resultados en relación con las secuencias didácticas

Con respecto al seguimiento realizado en el proceso de intervención de cada uno de los grupos para el caso particular del proyecto *Influencia de un software educativo en la consolidación del sistema decimal de numeración a partir de la lógica de construcción de sistemas posicionales* se pudo observar que en general los estudiantes no tenían unas bases sólidas en la realización de las cuatro operaciones aritméticas básicas, con especial dificultad en la resta y la división, sin embargo, después de terminar con la secuencia didáctica, se observó una mejora en el manejo de dichas operaciones. Con respecto a la actitud de los estudiantes, se notaron más dispuestos los estudiantes que estuvieron en la sala de informática y con los materiales manipulativos. A continuación se transcriben las observaciones del docente en relación con los grupos de materiales manipulativos y material computarizado.

En el grupo que utilizó la metodología de juegos manipulativos, por un lado, se contó con una gran disposición e interés por parte de los estudiantes frente al juego de "La Casa de Cambio", muchos de ellos lograron desarrollar la habilidad de cálculo mental, para resolver los distintos problemas que plantea el juego, sin embargo, cuando se llegó el momento de pasar a la parte simbólica, y resolver los problemas planteados en las guías, los estudiantes entraron en conflicto, pues aunque llegaban a la

respuesta correcta, decían no saber cuáles eran esos procesos mentales que les permitía responder de forma correcta, produciendo cierta dificultad para escribir las operaciones necesarias para resolver los problemas propuestos en las guías. Por otro lado, la utilización del Abaco abierto contó con una gran acogida entre los estudiantes, ya que facilitó la comprensión de varios conceptos de los sistemas posicionales, así como la optimización del proceso de la suma y la resta en una base numérica distinta a la base decimal.

En la metodología con Software, los estudiantes se mostraron entusiasmados al saber que aprenderían la temática propuesta, a través del uso de computadores. La experiencia vivida en la institución muestra en cuanto a la utilización del software, una secuencia lógica con respecto a la apropiación de las reglas de los sistemas de numeración. Por ejemplo, se observó que los estudiantes para lograr una conceptualización en el trabajo con el Ábaco Abierto en el computador, antes debían comprender las reglas del sistema posicional, este se logró gracias a la utilización del juego de la Casa de Cambio, un software sencillo, un tanto mecánico pero útil el cual permite una consolidación del concepto posicional. Al tener este paso de la Casa de Cambio al Abaco, se observa ya una utilización de procesos mentales, algo que no se nota en la Casa de Cambio, además en el Abaco, sí hay una restricción de la cantidad de fichas dadas por cada posicionamiento. En conclusión, se debe dar una combinación de varias herramientas para lograr una buena apropiación de un concepto a aprender.

En cuanto a las observaciones hechas durante la evaluación de la prueba se destacan las diversas heurísticas utilizadas por los estudiantes y las dificultades de los mismos para realizar los problemas de conversión entre bases, como es el caso de la siguiente pregunta: *utilice el ábaco abierto para calcular la cantidad de fichas de cada color que puedo reclamar con 42 fichas blancas, si se juega en base 3.*

Amarillas	Azules	Rosadas	Blancas
	4 3 1 1	14 3 2 4	42 3 12 14 0
	1	2	14

R/= Azules 1 rosadas 2 y Blancas 14

(a). Respuesta incorrecta.

Amarillas	Azules	Rosadas	Blancas
1	4 3 0 1	14 3 0 4	42 3 0 14
1	1	2	0

R/= quedan 0 Blancas, 2 Rosadas, 1 azul y 1 amarilla

(b) Respuesta correcta.

Figura 11. Respuestas de un par de estudiantes en relación con el problema de conversión de base 10 a base 3. Pregunta: *Utilice el ábaco abierto para calcular la cantidad de fichas de cada color que puedo reclamar con 42 fichas blancas, si se juega en base 3.* (a) Respuesta incorrecta, (b) Respuesta correcta.

Como se aprecia en la Fig.7a el estudiante al seguir un procedimiento memorístico, utiliza simplemente el cociente de la división como respuesta y no reconoce que al agrupar de a tres las 42 fichas blancas no sobra alguna y por tanto no deben quedar

fichas blancas, esto es, no usa el residuo de la división para significar el número de fichas blancas restantes. Entre otras dificultades en este tipo de problemas se destaca las dificultades para efectuar las divisiones. Sin embargo, la respuesta correcta Fig.7b fue expresada por varios estudiantes.

Por su parte, el proceso inverso requiere de la evaluación de un polinomio como se establece en la siguiente pregunta: *Si se sabe que el ganador del Juego de la Casa de cambio en base 3 termina con 2 fichas amarillas, 1 azul, 2 rosadas y 1 blanca. A cuántas fichas blancas equivalen las fichas obtenidas por el ganador del juego?* En esta pregunta se destaca que algunos estudiantes no reconocen el valor posicional, esto es, no establecen la relación entre cada uno de los colores como se aprecia en la Figura 8 el estudiante simplemente multiplica por 3 cada una de las fichas de cada color y luego las suma. Por otro lado, la Fig. 8b nos muestra como el estudiante por medio de las relaciones existentes entre cada uno de los colores le permite evaluar el polinomio:

$$2 \cdot 3^3 + 3^2 + 2 \cdot 3 + 1$$

en la forma anidada

$$((2 \cdot 3 + 1) \cdot 3 + 2) \cdot 3 + 1$$

la cual corresponde a una forma computacionalmente eficiente de evaluar un polinomio, ver (Knuth,1981).

Amarillas	Azules	Rosadas	Blancas
$\frac{2}{3} \times$ $\frac{6}{6}$	$\frac{1}{3} \times$ $\frac{3}{3}$	$\frac{2}{3} \times$ $\frac{6}{6}$	1
6 +	3 +	6 =	15

R/= en total son 15 fichas Blancas

(a). Respuesta incorrecta.

Amarillas	Azules	Rosadas	Blancas
$\frac{2}{3} \times$ $\frac{54}{6+47}$	$\frac{1}{3} \times$ $\frac{21+23}{21+23}$	$\frac{2}{3} \times$ $\frac{6+47}{6+47}$	70

R/= equivalen a 70 fichas blancas

(b) Respuesta correcta.

Figura 12. Respuestas de un par de estudiantes en relación con el problema de conversión de base 3 a base 10. *Pregunta: Si se sabe que el ganador del juego de la casa de cambio en base 3 termina con 2 fichas amarillas, 1 azul, 2 rosadas y 1 blanca. A cuántas fichas blancas equivalen las fichas obtenidas por el ganador del juego?* (a) Respuesta incorrecta, (b) Respuesta correcta.

3.3 Resultados preliminares en relación con las Jornadas de formación docente

Con relación a la formación docente, se realizaron cuatro jornadas de capacitación

formatic, en donde se discutieron temas como el uso de tecnología en el aula, las secuencias didácticas y el software educativo desarrollado por el grupo de investigación y la metodología estudio de clase. Posteriormente, se reunieron grupos de trabajo para que con la asesoría de uno de los investigadores los docentes puedan desarrollar su propia experiencia de uso de tecnología en su institución educativa por medio de la metodología estudio de clase, posteriormente estas experiencias serán socializadas en la última jornada de formación.

4. Conclusiones

En este trabajo se presentaron los primeros resultados de un programa de investigación en relación con la influencia del uso de recursos educativos digitales en el desarrollo del pensamiento matemático cuando estos son incorporados en una estrategia de intervención didáctica. Considerando el planteamiento del problema y en lo atinente a los objetivos de investigación en su análisis preliminar este estudio le permitió a los investigadores evidenciar que una metodología de enseñanza enriquecida con materiales manipulativos y computarizados se presentan como una importante herramienta didáctica en la enseñanza y en la consolidación de los sistemas posicionales de numeración.

El software diseñado por el grupo, al generar de forma automática los problemas, permitió a los estudiantes trabajar de forma autónoma e independiente, allí los estudiantes más adelantados tuvieron la oportunidad de poner a prueba su conocimiento en relación con el sistema de numeración posicional. En este sentido la metodología con software facilita la labor del docente y permite que los estudiantes junto con la motivación intrínseca que produce el computador resuelvan más problemas en menos tiempo, permitiendo de esta forma consolidar y reforzar su aprendizaje.

Uno de los aspectos más relevantes en el proceso de elaboración de las secuencias didácticas consistió precisamente, en la participación activa de los docentes de las instituciones educativas por medio de la metodología estudio de clase, a partir de esta metodología se organizaron una serie de reuniones entre investigadores, desarrolladores y docentes donde se pudo discutir sobre los hechos más significativos de cada una de las experiencias realizadas en clase como también de los errores y desaciertos en el uso del material y del software. Esto le permitió a investigadores y desarrolladores reformular los procedimientos con el fin de mejorarlos. Este proceso iterativo de revisión y de puesta en práctica durante el proceso de validación culminó en la elaboración de un material supremamente elaborado y adaptado a las necesidades de aprendizaje de los niño. Adicionalmente, la metodología estudio de clase sirvió para que los docentes adscritos a la red de profesores de matemáticas participantes en el proyecto desarrollaran sus capacidades gestión pedagógica mediante el uso de TIC.

Indirectamente, por lo menos, estos resultados permiten confirmar algunos puntos de vista o resultados de otras investigaciones mencionadas en otras secciones de este trabajo. En efecto, la utilización del computador como elemento didáctico es una necesidad porque permite adoptar nuevas formas metodológicas en la enseñanza de las matemáticas. La motivación que las mismas generan en los estudiantes es un valor agregado que el docente definitivamente debe explorar.

5. Agradecimientos

Este programa de investigación es financiado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia a través de Colciencias con código 1113-578-36096 correspondiente al contrato 258 de 2013, como también por la Universidad del Quindío y La Gobernación del Quindío, Colombia.

6. Bibliografía

Baroody, A. (2000). El pensamiento matemático de los niños, Editorial: Visor Dis. S.A. Madrid España.

Cadavid, G. S. (2013). Enseñanza del valor posicional en el sistema de numeración decimal para niños de escuela básica usando las nuevas tecnologías. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Sede Medellín. Colombia.

Campbell, D.T. & Stanley, J.C. (1963). Experimental and quasi-experimental designs for research, Houghton Mifflin Company Boston.

Christou, C., Jones, K., Pitta, D., and Boytchev, P. (2008). Developing student spatial ability with 3-dimensional applications. Dept. of Information Technologies University of Sofia.

Cid, E., Godino, J.D. & Batanero, C. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros, ReproDigital. Facultad de Ciencias. Avda. Fuente nueva 18071 Granada.

Galvis, A. (1994). Ingeniería de software educativo, Ediciones Uniandes. Colombia.

Garay, H. (2008). Sugerencias para una integración curricular de la tecnología educativa, Quehacer Educativo 88.

MEN, (1998). Ministerio de educación nacional: Matemáticas serie lineamientos curriculares, Cooperativa Editorial Magisterio Santafé de Bogotá.

MEN, (1999). Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas, Cooperativa Editorial Magisterio Santafé de Bogotá.

MEN, (2003). Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas, Cooperativa Editorial Magisterio Santafé de Bogotá.

Hoyos Salcedo, E. A. (2012). Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos, VIII Festival Internacional de Matemática Universidad Nacional Costa Rica.

Hoyos Salcedo, E. A., Grisales, A. & Cerón, M. A. (2002). Estudio experimental del uso de un geoplano computarizado en la enseñanza de la geometría euclidiana del cuarto nivel de educación básica, Revista De Investigaciones de la Universidad del Quindío ISSN: 1794-631X 4, no. 11, 79–87.

Hoyos Salcedo, E. A., Grisales, A. & Cerón, M. A. (2007). Estrategia de intervención pedagógica con juegos didácticos computarizados que contribuyan a la consolidación del esquema multiplicativo simple, Revista de Investigaciones de la Universidad del Quindío ISSN: 1794-631X 17, no. 1, 149–158.

Pitallis, M., Mousoulides, N., and Christou, C. (2009). Students' 3d geometry thinking profiles. In Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France, INRP,2010.

Tchounikine, P. (2011). Computer Science and Educational software Design: a Resource for Mutidisciplinary Work in Technology Enhanced Learning. Springer.

Terigi, F. & Wolman, S. (2007), Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza, Revista Iberoamericana de Educación, no. 43, 59–83.

Ventura (2011). Rights Reserved Ventura Educational Systems, Tools for active teaching and active learning hand on math base ten blocks in structure guide.