

Aplicativos virtuales para la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita

Autores:

Angela Patricia Cifuentes Guerrero. (anpato.456@hotmail.com). Una empresa docente. Uniandes. Colombia

Estudiante de tercer año de doctorado, Universidad de la Salle, Costa Rica. Magister en Educación con campo de concentración en Educación Matemática. Licenciada en Matemáticas y Física, Universidad de Cundinamarca. Profesora catedrática de la Universidad de Cundinamarca. Tutora en cursos de educación continuada, Universidad de los Andes. Editora asociada en Funes Uniandes, repositorio digital de documentos en educación matemáticas. Profesora de educación básica y media de la secretaria de educación de Cundinamarca; Coautora de capítulo de libro. Miembro de Gemad, una empresa docente, Universidad de los Andes.

Miryan Patricia Villegas Hernández. (patyvillegas71@yahoo.es). Una empresa docente. Uniandes. Colombia

Magister en Educación con campo de concentración en Educación Matemática, Universidad de los Andes. Especialista en docencia universitaria, Universidad Santo Tomás. Licenciada en Matemáticas y Física, Universidad de Cundinamarca. Tutora catedrática de la UNAD. Tutora en cursos de educación continuada, Universidad de los Andes. Tutora del programa para la Excelencia docente y académica: Todos a Aprender del Ministerio de educación nacional. Coautora de capítulo de libro. Miembro de Gemad, una empresa docente, Universidad de los Andes. Miembro del equipo directivo de una empresa docente de la Universidad de los Andes.

Resumen:

Durante el diseño de la unidad didáctica de ecuaciones lineales con una incógnita se seleccionaron diferentes recursos y materiales didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita. Varios de los recursos son aplicativos virtuales que existen en la web, o están a disposición para su descarga, los cuales se analizaron bajo la mirada del análisis didáctico para estructurarlos en una secuencia didáctica de tareas. En este documento se realiza una descripción de cada uno de los aplicativos virtuales, sus bondades en términos de las capacidades que desarrolla el estudiante cuando aborda tareas que los incluyen.

Palabras claves: Unidad didáctica, materiales y recursos, aplicativos virtuales, enseñanza, aprendizaje, ecuación.

Contextualización.

En la Institución Rural Departamental Adolfo León Gómez del municipio de Pasca Cundinamarca se implementó y se evaluó la unidad didáctica de ecuaciones lineales con una incógnita, para niños cuyas edades oscilan entre 13 y 14 años de edad, que cursan el grado octavo de la educación básica en Colombia.

La población que atiende esta institución en su mayoría es rural y sus estratos son 1 y 2. La comunidad de padres de familia y/o acudientes tienen un nivel de alfabetización

que corresponde a la primaria. El acceso a los recursos tecnológicos y de internet los provee para la mayoría de los estudiantes, la institución educativa, durante la jornada escolar ya que por su nivel socioeconómico las familias no poseen las facilidades para su adquisición.

A través de la experiencia, se ha hecho evidente las dificultades que presentan los estudiantes para el aprendizaje de las ecuaciones lineales, incluyendo la traducción de enunciados y la resolución de problemas que involucran dichas ecuaciones; es por ello que se hace necesario buscar estrategias que conlleven al desarrollo de capacidades conceptuales y procedimentales que contribuyan efectivamente al logro de objetivos y competencias.

Una parte fundamental del papel del profesor, es reconocer la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y como sujeto mediador, es esencial para el cambio y para la generación de oportunidades, es por ello que el compromiso y las expectativas se reflejan en el clima del aula, en el tiempo dedicado, la implicación y por supuesto, en la metodología aplicada. La complejidad de la tarea de enseñar recae específicamente sobre el profesor, pues somos los que damos cuenta de los contenidos, pero también de crear situaciones de enseñanza efectivas y afectivas, que permeen nuevas prácticas pedagógicas, —si se requieren—, como también, analizar, modificar y aplicar los planteamientos curriculares, todos con el fin de favorecer el aprendizaje de los estudiantes; a la vez, identificar como aprenden los estudiantes y diseñar tareas contextualizadas que involucren contenidos no fragmentados, sino que por el contrario muestren el carácter funcional de las matemáticas, gestionando situaciones que desarrollen el razonamiento y los diferentes procesos cognitivos. Luchar contra el desinterés del estudiante, producto de una sociedad que está invadida por imágenes, nuevos lenguajes y nuevos actores, es una meta que va implícita al planificar la interacción estudiante-profesor, esto nos lanza a la creación de nuevos escenarios que conlleven al desarrollo del pensamiento reflexivo y autónomo.

Por todo lo anterior, se ve la necesidad de utilizar la virtualidad como un escenario motivador, pero ¿de qué manera puede llevarse a cabo una adecuada implementación de estas herramientas en el aula y que se adapten a los procesos de enseñanza aprendizaje? El análisis didáctico nos permite explorar, profundizar y trabajar diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez 2007). Por tanto, permite al profesor organizar el saber desde dos ámbitos, desde las matemáticas y desde la enseñanza.

En lo que sigue mostraremos la secuencia de tareas estructuradas bajo el amparo del análisis didáctico y sus cuatro subanálisis para la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita.

3. Descripción general de la experiencia de aula

Las ecuaciones lineales con una incógnita hacen parte del estándar “construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada”. Este estándar, hace parte del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos de la guía de estándares y competencias propuestas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bajo esta referencia, las expectativas de aprendizaje planificadas para el desarrollo de este elemento matemático corresponden a tres objetivos, a saber:

- ◆ Utilizar el lenguaje algebraico para traducir enunciados, plantear ecuaciones lineales, aplicando las nociones de igualdad y equilibrio en diferentes sistemas de representación.
- ◆ Desarrollar el algoritmo de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, usando las propiedades fundamentales de las operaciones con números reales para encontrar valores desconocidos.
- ◆ Utilizar ecuaciones lineales como herramienta para la solución de problemas.

El uso de los aplicativos virtuales está focalizado para contribuir al logro de los dos primeros objetivos. El alumno, en el desarrollo de cada tarea, debe poner en juego acciones o capacidades que van orientadas al cumplimiento de cada uno de los objetivos descritos anteriormente. Los aplicativos virtuales seleccionados desempeñan un papel especial y su análisis se realizó detallando los conceptos, procedimientos y las relaciones entre ellos. En este punto, debemos aclarar que un recurso o material debe estar inmerso dentro de una tarea que da sentido al recurso y/o al material.

A continuación se propone algunos elementos de aplicación que debe permear dicha tarea para que los aplicativos virtuales sean eficaces.¹ Se presenta la meta, y algunas indicaciones sobre el agrupamiento de los estudiantes y los conceptos abordados para cada sesión de clase, como también las bondades de cada aplicativo.

Hands on Equations:

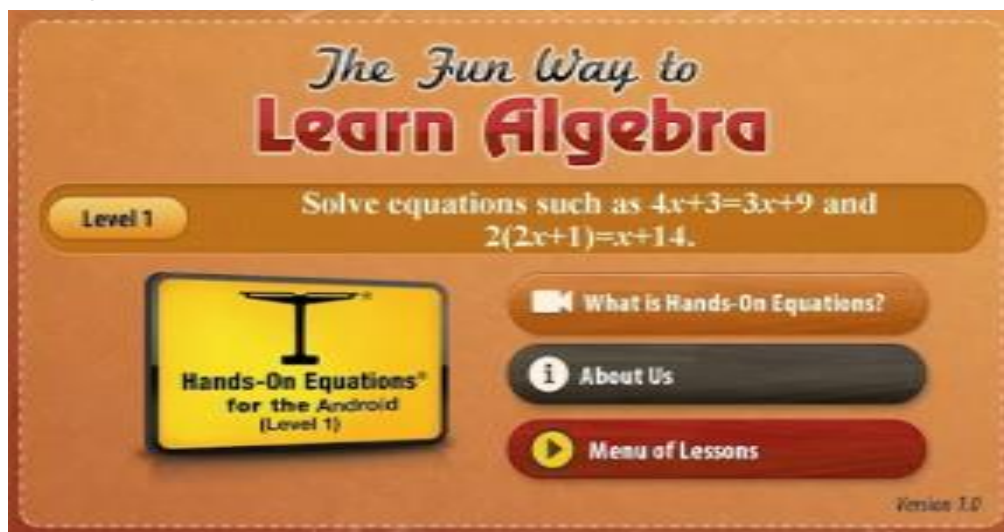


Figura 1: Imagen aplicativo Hand son Equations

Este aplicativo está diseñado para el aprendizaje del algebra, para la etapa escolar entre cuarto grado² y octavo grado. Fue creado por el Dr. Henry Borenson en Estados Unidos y está disponible para las plataformas ios y Android. Consta de 3 niveles, en el primer nivel, el estudiante debe hallar el valor de la incógnita utilizando el modelo icónico de la balanza para expresiones sencillas de la forma $x + a = b$; a medida que aumenta el

¹ Algunos ejemplos de tareas prototipo que emplean materiales y recursos para la enseñanza de las ecuaciones lineales están disponibles en el enlace: <http://funes.uniandes.edu.co/1891/>

² En Colombia la educación está estructurada en nueve grados de básica y dos años de media.

nivel, las expresiones se van complejizando, hasta llegar a la resolución de problemas. El aplicativo proporciona una introducción mediante un vídeo para cada lección. (Ver video de prueba en <http://bit.ly/1bu2Zp7>.) Cada video de introducción es seguida por dos ejemplos y diez ejercicios.

Esta tarea permite hallar el valor de la incógnita sin conocer formalmente el algoritmo de la solución de la ecuación. El uso del aplicativo virtual promueve la elaboración y construcción de significados, ya que para mantener el equilibrio de la balanza se requiere la aplicación de algunas propiedades —que involucra el algoritmo de la solución de las ecuaciones lineales—, mediante la ejercitación de algunos movimientos legales.

Movimientos Legales:

- ◆ La balanza debe estar en equilibrio
- ◆ Quitar fichas del mismo color a ambos lados de la balanza, (lo que se haga un lado de la balanza, se puede hacer también al otro lado).
- ◆ Quitar cubos del mismo valor a ambos lados de la balanza.
- ◆ Se puede agregar la misma cantidad de fichas o de cubos a ambos lados de la balanza.
- ◆ Una ficha y su opuesto en el mismo platillo equivale a cero.

Meta. La meta de la tarea es resolver ecuaciones a través del uso de la balanza.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda conceptos y procedimientos de igualdad y solución de ecuaciones, propiedades utilizadas para solucionar ecuaciones, y verificación de ecuaciones.

Materiales y recursos. Hands on Equations,

Agrupamiento de los escolares e interacciones previstas. La tarea se desarrolla en parejas y luego se hace socialización en gran grupo para generar la conclusión de lo aprendido durante la clase.

Algebra con papas

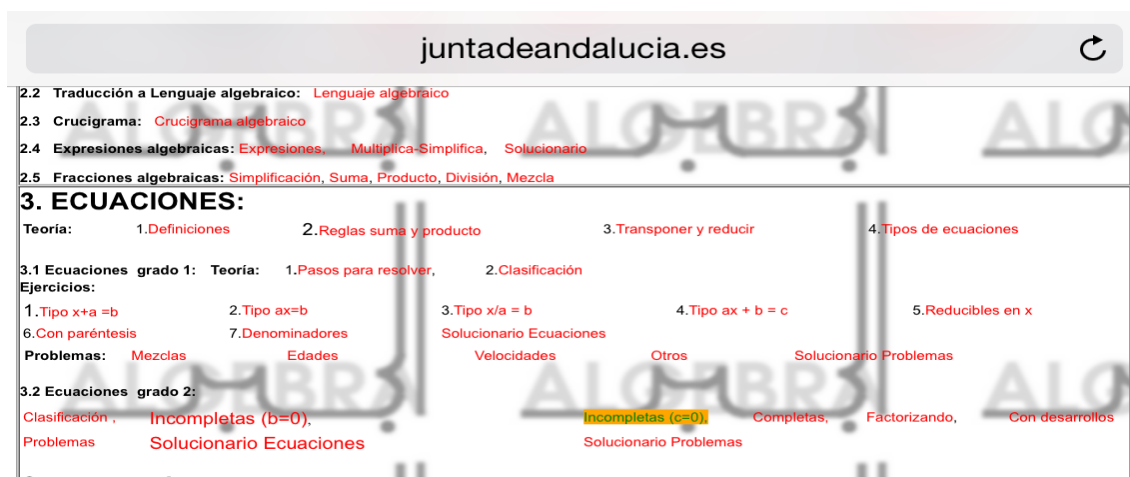


Figura 2. Imagen aplicativo virtual Algebra con papas

Este es un aplicativo interactivo, que contribuye al logro del segundo objetivo. y permite reconocer el algoritmo de la solución de ecuaciones. El aplicativo Álgebra con papas posibilita abordar la mayoría de los conceptos relacionados con las ecuaciones lineales.

Los ejercicios interactivos permiten establecer la relación entre los conceptos y procedimientos, ya que, mediante simulaciones, establecen el algoritmo de la solución para los diferentes tipos de ecuaciones lineales.

El profesor debe dar las instrucciones generales para que los estudiantes ingresen al aplicativo Álgebra con papas³ (sección ecuaciones). Se busca que los estudiantes exploren libremente e interactúen con el programa. Con esta actividad, se pretende que los estudiantes lean y contextualicen el método de solución de ecuaciones lineales, reconozcan las propiedades que se utilizan en cada momento de la solución, las apliquen y las ejerciten.

The screenshot shows a web interface for 'Álgebra con papas'. At the top, there are navigation buttons: '<=>Teoría02', 'Índice', 'Teoría04=>', and 'Mapa'. The main title is 'ECUACIONES : Teoría. Test nº 3. Transponer y Reducir'. On the left, under 'EJEMPLO:', there is a sequence of equations: $-3x + 7 = 15 + x$ with a 'TRANSPONER' button; $-3x - x + 7 = 15$ with another 'TRANSPONER' button; $-3x - x = 15 - 7$ with an empty input box; and $-4x = 8$. On the right, there is a table with operations: 'multiplicando' above 'sumando', 'pasar' above 'transponer', and 'reducción' above 'viceversa'. Below this is the text 'Las reglas de la suma y el producto en la práctica:'. The first rule states: 'La regla de la suma nos permite [input] lo que está [input] en un miembro al otro restando y viceversa.' The second rule states: 'La regla del producto nos permite pasar lo que está [input] en un miembro al otro dividiendo y [input]'. Below these are two more sentences: 'El procedimiento que aplica estas dos reglas prácticas se denomina [input]'. and 'La transposición de términos junto con la [input] nos permite transformar una ecuación en otra equivalente más sencilla.' At the bottom right of the right panel is a 'Verificar' button. At the bottom of the entire interface are navigation buttons: '<=>Teoría02', 'Índice', 'Teoría04=>'.

Figura 3. Imagen de algebra con papas. Regla de la suma y el producto

Meta. La meta de la tarea es reconocer y desarrollar el algoritmo de la solución de ecuaciones lineales empleando propiedades.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los conceptos de igualdad algebraica, ecuación, ecuaciones equivalentes, ecuaciones de la forma $ax = b$, $ax + b = c$, $a(bx + c) = d$ y $ax + b = cx + d$ y operaciones y propiedades de las operaciones con números reales. En el campo procedimental, se establecen los algoritmos de la adición, de la sustracción y de la multiplicación. Estos algoritmos se utilizan para realizar la transformación en ecuaciones equivalentes. Se aplica la regla de la suma y del producto y se reducen términos semejantes para despejar la incógnita.

Materiales y recursos. Se utiliza el aplicativo virtual Álgebra con papas.

Agrupamiento. Lo ideal es que haya un ordenador por cada estudiante de no ser así se puede trabajar en pequeños grupos, se sugiere al finalizar la tarea en gran grupo los estudiantes reflexionen sobre lo aprendido sobre la sesión de clase.

<=>Tipo_x/a=b | Índice | PrimBás4.2=> | Mapa

ECUACIONES DE PRIMER GRADO: Test nº 4.1

Sigue el desarrollo de las ecuaciones y rellena los huecos. Cuando acabes copia el ejercicio en tu cuaderno.

Tipo $ax + b = c$. Test nº 1

1) $x + 9 = 25$; $x =$

2) $3x + 1 = 7$; $3x =$; $x =$

3) $5x + 2 = 17$; $5x =$; $x =$

4) $4x + 5 = 29$; $4x =$; $x =$

5) $8x + 3 = 43$; $8x =$; $x =$

6) $64 = 6x + 4$; = $6x$; = x

7) $x - 13 = 9$; $x =$

8) $7x - 4 = 45$; $7x =$; $x =$

9) $12x - 5 = 55$; $12x =$; $x =$

10) $58 = 11x - 30$; = $11x$; = x

Verificar

<=>Tipo_x/a=b | Índice | PrimBás4.2=>

Figura 4. Imagen de aplicativo álgebra con papas. Ejercitación de ecuaciones de la forma $ax + b = c$

Equations Methods

Este aplicativo desarrolla capacidades que contribuyen al logro del segundo objetivo. Permite la construcción de nuevos significados al comparar las diferentes estrategias para resolver ecuaciones lineales; entre ellas el método de sustitución, el método de la balanza, el método de transposición de términos y el método de hacer y deshacer. Este

aplicativo muestra ejemplos para diferentes tipos de ecuaciones y simultáneamente presenta su solución mediante los cuatro métodos.

El profesor orienta el trabajo con el aplicativo Equations_Methods⁴, teniendo presente que al finalizar la clase, el estudiante debe identificar que todos los métodos logran la solución de cualquier ecuación, pero algunas estrategias son más eficientes.

Meta. La tarea busca promover que los estudiantes reconozcan las diferentes formas de solución de una ecuación lineal con una incógnita.

Conceptos y procedimientos abordados. La tarea aborda los conceptos de igualdad algebraica, ecuación, ecuaciones equivalentes y ecuaciones de la forma $ax = b$; $ax + b = c$, $a(bx + c) = d$ y $ax + b = cx + d$. En el campo procedimental, se abordan los métodos de sustitución, hacer y deshacer, balanza y transposición de términos para resolver ecuaciones.

Materiales y recursos. Los recursos utilizados son Applets con java, Equations_Methods.

Agrupamiento de los escolares. Durante la visualización del aplicativo se desarrolla en grupos de tres estudiantes. Para finalizar, se desarrolla en gran grupo para la socialización de los resultados.

The screenshot shows the application interface with four tabs: $ax + b + cx + d$, $a(x + b) = c$, $a/x = b$, and $a/x = b/c$. The selected tab is $a(x + b) = c$, and the problem is $4x + 5 = 2x + 15$.

Substitution

x	$4x + 5$	$2x + 15$
1	$4(1)+5=9$	$2(1)+15=17$
2	$4(2)+5=13$	$2(2)+15=19$
3	$4(3)+5=17$	$2(3)+15=21$
4	$4(4)+5=21$	$2(4)+15=23$
5	$4(5)+5=25$	$2(5)+15=25$

$x = 5$

Related Number Sentences

$$4x + 5 = 2x + 15$$

$$4x = 2x + 15 - 5$$

$$4x = 2x + 10$$

$$4x - 2x = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 10/2$$

$$x = 5$$

$x = 5$

Flow Chart

$$4x + 5 = 2x + 15$$

$$2x + 5 = 15$$

Diagram showing operations: x (circled) is multiplied by 2 ($\times 2$) and 5 is added ($+ 5$) to get 15. Conversely, 15 is divided by 2 ($\div 2$) and 5 is subtracted ($- 5$) to get x .

$x = 5$

Balance

$$4x + 5 = 2x + 15$$

$$4x - 2x + 5 = 2x - 2x + 15$$

$$2x + 5 = 0 + 15$$

$$2x + 5 - 5 = 15 - 5$$

$$2x + 0 = 10$$

$$2x / 2 = 10 / 2$$

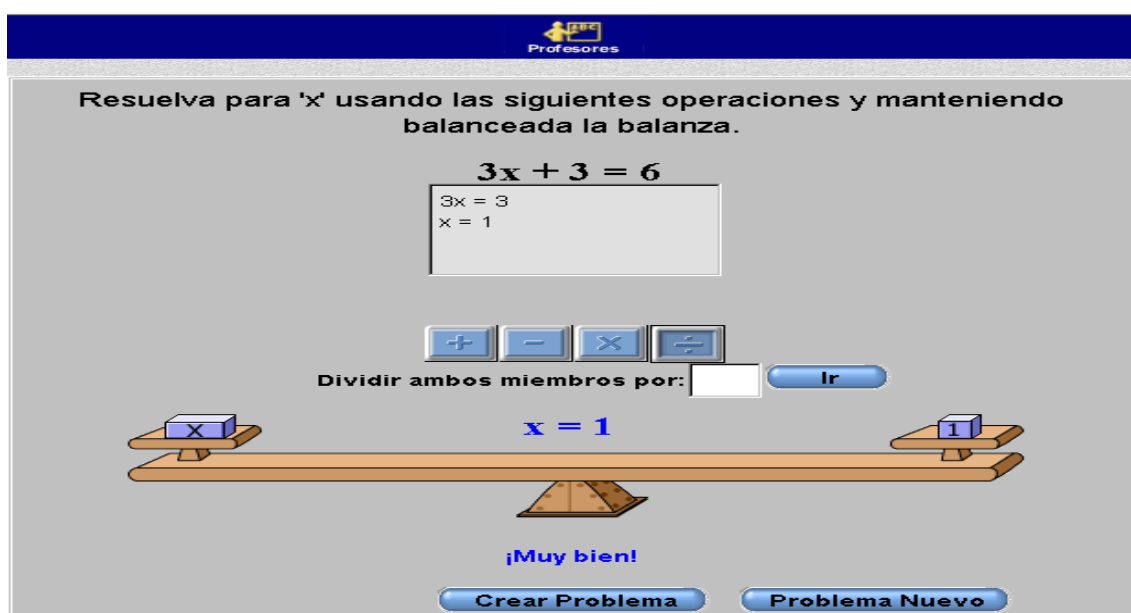
$$x = 5$$

$x = 5$

⁴ http://staff.argyll.epsb.ca/jreed/math9/strand2/equation_methods.htm

La balanza virtual

La balanza virtual es un applet interactivo con Java, Este manipulador⁵ permite resolver ecuaciones lineales simples a través del uso de una balanza. Los bloques de unidades con números (que representan las cantidades conocidas) y los bloques con una x (que representan las cantidades desconocidas - x) deben ser arrastrados hacia las bandejas de la balanza. Cuando las bandejas estén en balance representando la ecuación lineal dada, podrás realizar cualquier operación aritmética, siempre y cuando hagas lo mismo en ambos lados, manteniendo así las bandejas en balance. La meta es obtener una sola x en una bandeja y cualquier cantidad de bloques de unidades necesarios para estar en balance en la otra bandeja.



4. Referentes teóricos

Este trabajo está fundamentado en las disposiciones del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, en su guía Estándares de Competencias para el área de Matemáticas, en el contexto escolar y en análisis didáctico.

El análisis didáctico, nos permiten identificar y establecer la diversidad de significados de cualquier elemento de la matemática, como también escoger los elementos que son objeto de instrucción, durante la implementación de secuencias de actividades (Rico 2007). A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de los subanálisis que lo componen.

El análisis de contenido es el procedimiento que permite identificar y organizar la multiplicidad de significados de un concepto matemático. En este análisis se consideran los diferentes modos de expresión y de uso del elemento matemático, las conexiones con distintas estructuras, la utilización de diferentes procedimientos, la diversidad de los

5

problemas que pueden interpretarse, abordarse y resolverse. Todo esto con la finalidad de organizar tareas que permitan a los alumnos negociar y construir significados en el aula. A su vez, este análisis está compuesto por tres organizadores del currículo: la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. Este subanálisis permite establecer la relación entre los contenidos de la matemática y el carácter funcional de ellas en otras ciencias, de esta manera se diseñan los retos para la resolución de problemas en el contexto de la tecnología.

En el análisis cognitivo, el foco de atención es el aprendizaje del estudiante. Se describen las expectativas de aprendizaje en términos de objetivos y capacidades, es decir, lo que se espera que los estudiantes aprendan en cuanto a matemáticas, tecnología, ingeniería, entre otras. Así mismo, la forma en que van a desarrollar ese aprendizaje, como también los errores y dificultades que se pueden presentar durante el proceso.

El análisis de instrucción permite diseñar, analizar y seleccionar las tareas que constituyen las actividades de enseñanza y aprendizaje y que son objeto de la instrucción. También permite establecer los elementos de aplicación de cada secuencia de actividades, la agrupación, los tiempos, el papel del profesor, el papel del estudiante, la complejidad de las tareas, entre otros.

Con el análisis de actuación se pretende establecer en qué medida los estudiantes alcanzan los objetivos de aprendizaje y en qué medida las tareas correspondientes, contribuyen al desarrollo de las capacidades y competencias propuestas. Este análisis está directamente relacionado con la evaluación.

4. Logros y dificultades

Logros.

El uso de los aplicativos virtuales contribuye al logro de los objetivos descritos en apartados anteriores:

Las acciones o capacidades que el estudiante pone en juego al interactuar con ellos se describen a continuación:

- ◆ Realiza operaciones a los dos lados de una igualdad de forma que quede equivalente
- ◆ Utiliza la balanza para representar y mantener el equilibrio entre los miembros de una ecuación
- ◆ Identifica las diferentes formas o estructura de la ecuación lineal con una incógnita
- ◆ Comprueba si un número es solución de una ecuación
- ◆ Reconoce la estructura de una expresión algebraica
- ◆ Suprime paréntesis en una ecuación lineal
- ◆ Reduce términos semejantes
- ◆ Reconoce diferentes formas de resolver una ecuación
- ◆ Despeja la incógnita en la ecuación lineal
- ◆ Pasa un enunciado verbal a la expresión simbólica de una ecuación lineal y viceversa
- ◆ Reconoce la estructura de una ecuación algebraica
- ◆ Sustituye un valor numérico en una expresión algebraica

- ◆ Verifica e interpreta resultados
- ◆ Aplica la ley de los signos
- ◆ Utiliza modelos icónicos, aplicativos virtuales y/o material manipulativo para solucionar ecuaciones de primer grado
- ◆ Utiliza la calculadora como herramienta para realizar cálculos

Estos recursos también contribuyen a:

- ◆ La Traducción entre diferentes representaciones semióticas como le representación simbólica, numérica, tecnológica.
- ◆ Desarrolla capacidades de tipo afectivo relacionadas con la motivación, la autoestima en matemáticas, las expectativas de éxito, la tendencia a la acción, entre otras.
- ◆ El uso de materiales y recursos contribuye al desarrollo de competencias PISA tales como: representar, el uso del lenguaje simbólico, uso de herramientas tecnológicas.

A continuación se presentan algunas ventajas y desventajas del uso de los ordenadores en el aula:

Ventajas:

- ◆ Facilitan el trabajo autónomo del estudiante
- ◆ El papel del profesor es ser orientador, facilitador
- ◆ Promueve el trabajo en pequeños grupos y la comunicación.
- ◆ Es un elemento motivador.

Desventajas:

- ◆ Desde el punto de vista cognitivo, los ordenadores pueden llevar a que los estudiantes abandonen el sentido crítico, pues depositan una confianza ciega en las respuestas de las máquinas.
- ◆ Cuándo permitir el uso del ordenador y cuándo no, pues eso dependerá de los objetivos planteados en cada situación.
- ◆ Es necesario replantear la evaluación de la misma manera como se enseña.
- ◆ Es fácil que los estudiantes estén más ocupados en el manejo técnico del ordenador o de los programas, que en la propia tarea planteada.

5. Reflexiones

- ◆ Las TICs son elementos mediadores y eficaces en el proceso de enseñanza-aprendizaje, razón por la cual, debemos involucrarlas en nuestras acciones y prácticas pedagógicas. Para este diseño, al momento de buscar y seleccionar los recursos tecnológicos asociados a las ecuaciones lineales con una incógnita, se realizaron varios análisis pensando en cómo lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, por un lado identificando los elementos matemáticos que aborda y por otro, el aporte que cada uno hace a las expectativas de aprendizaje planificadas.
- ◆ Los recursos tecnológicos y virtuales se convierten en una estrategia de motivación en los estudiantes, para ellos no es extraño el manejo de estos

recursos por ser nativos digitales. Por otro lado, les permite salir de modelo habitual de clase, dando lugar a nuevos elementos para la gestión del aula como el trabajo autónomo, la comunicación, la reflexión y la toma de decisiones.

- ◆ Los materiales y recursos virtuales permiten expresar y comparar, relacionar y realizar operaciones de manera interactiva, aquellos materiales que permiten la ejercitación crean condiciones lúdicas para motivar a los estudiantes a trabajar aunque algunas veces se tenga que realizar por aparte los cálculos que se requieren.
- ◆ Los materiales y recursos virtuales deben hacer parte de una tarea, es decir, estos medios deben estar acompañados de actividades, que dependen de la intención didáctica y de las expectativas del profesor.
- ◆ El uso de materiales y recursos virtuales en el aula de matemáticas promueve un aprendizaje efectivo. Los estudiantes tienen la libertad de actuación y mediante la puesta en común, tienen la oportunidad de comunicar, argumentar y justificar, dando mayor fundamento a lo aprendido y generando de esta manera un aprendizaje a largo plazo.
- ◆ La inclusión de materiales y recursos virtuales contribuye a la superación de las limitaciones de aprendizaje (errores y dificultades), en la medida que permiten la transición entre la visualización y lo formal o complejo.

6. Referentes

- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Cifuentes, P. , Dimaté, L., Rincón, A., Velásquez, J., Villegas, M., Flores, P. (2012). *Ecuaciones lineales con una incógnita*. En Gómez, Pedro (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 76- 141). Bogotá: Universidad de los Andes
- Zabala, A. (1993). Los enfoques didácticos en “El constructivismo en el aula”. Coll,C. (ed) Barcelona, Grao