

**Pensamiento Espacial: Una experiencia de aula apoyada por realidad  
aumentada y Learning Catalytics, para el desarrollo de habilidades de  
razonamiento geométrico.**

**Jovanny González González código: 201310316**

**Director de tesis: Ferley Ortíz**

**FEBRERO 2017**

## Contenido

I TITULO.....	5
Introducción.....	5
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	7
JUSTIFICACIÓN .....	12
Objetivos de investigación.....	14
General .....	15
Objetivos Específicos.....	15
Fortalezas y delimitaciones del Estudio .....	16
2. Revisión Bibliográfica .....	18
2.1 INTRODUCCIÓN .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
2.2 ¿Cómo se aprende y cómo se enseña la geometría desde la perspectiva de los poliedros regulares? .....	18
2.3 ¿Cómo las Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la educación pueden contribuir en la comprensión del objeto matemático poliedros regulares? .....	26
2.4 ¿Cómo la realidad aumentada permite mejorar la comprensión del objeto matemático poliedros regulares? .....	29
2.5 ¿Cómo a partir de la Teoría de las situaciones didácticas de Brousseau orientado por un diseño instruccional ADDIE permite mejorar la comprensión de los estudiantes en relación con el objeto matemático poliedros regulares? .....	31
2.6 APRENDIZAJE A TRAVÉS DE SITUACIONES DIDÁCTICAS.....	36
2.6.1 TIPOS DE SITUACIONES PARA LA PROPUESTA.....	40
2.6.1.2 Situaciones de Acción .....	41
2.6.1.3 Situaciones de Formulación .....	43
2.6.1.4 Situaciones de Validación.....	44
2.6.1.5 Situaciones de Institucionalización. ....	46
2.7 ELEMENTOS PARA GESTIONAR LA SECUENCIA.....	46
🌐2.7.1 Transposición didáctica.....	48
🌐2.7.2 Contrato didáctico .....	48
2.7.3 Variables didácticas.....	49

2.8 ELEMENTOS PARA EVALUAR LA SECUENCIA .....	53
2.9 ¿De qué manera un diseño instrucción (ADDIE) permite que los estudiantes de grado Sexto A del Gimnasio Los Andes, comprendan el objeto matemático poliedros regulares? .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA.....	53
3.1 Introducción.....	53
3.2 Contexto de la investigación .....	55
3.3 Participantes .....	55
3.4 Estrategias de recolección de datos y su relación con las preguntas de investigación. ....	57
Primera pregunta de investigación .....	57
Segunda pregunta de investigación .....	59
Tercera pregunta de investigación .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Cuarta pregunta de investigación .....	60
3.5 Instrumentos de recolección de datos utilizados en el estudio .....	61
3.5.1 Transcripción de las conversaciones en la plataforma tecnológica. ....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
3.5.2 Diario del profesor a partir de un blog. ....	61
3.5.3 Encuesta escrita de entrada .....	62
3.5.4 Entrevista a estudiantes .....	63
3.5.5 Prueba de entrada pre-test y de salida post-test.....	63
<b>3.6 Estrategia Metodológica y plan de análisis del proyecto.</b> .....	64
3.7.1 ESTRATEGIAS UTILIZADA PARA MAXIMIZAR LA VALIDEZ DEL ESTUDIO .....	65
3.7.2 ESTRATEGIAS UTILIZADA PARA MAXIMIZAR LA VALIDEZ DEL ESTUDIO .....	65
3.7.2 Consentimientos informados .....	67
3.7.3 CONFIDENCIALIDAD Y RESPONSABILIDAD CON LA INFORMACIÓN COMPARTIDA.....	67
4. RESULTADOS	
Referencias .....	78

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES**

Centro de Investigación y Formación en Educación

Tesis 2

**Entrega de avance de la Propuesta de Tesis**

Yo **WILMAR JOVANNY GONZÁLEZ GONZÁLEZ** estudiante de la Maestría en Educación del CIFE, entiendo que este documento se rige bajo el Reglamento de Estudiantes de Posgrado de la Universidad de los Andes, comprendo el artículo número 104 sobre Fraude Académico, y declaro que toda la información consignada en el presente documento es de mi autoría, y que todas las ideas que tomé de otras fuentes de información, tanto textuales como no textuales, están apropiadamente citadas.

.....

## I TITULO

### **Pensamiento Espacial: Una experiencia de aula apoyada por TIC, sobre el desarrollo de habilidades de razonamiento geométrico.**

#### Introducción

El componente geométrico se constituye en el lenguaje a través del cual comprendemos y caracterizamos nuestra realidad. La importancia de este componente en las Matemáticas se ha destacado por los beneficios cognitivos que conlleva su estudio. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2004) afirma: La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. (p. 1) La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las Matemáticas y le prepara mejor para entender el mundo que lo rodea; además, son muchas las aplicaciones de las Matemáticas que poseen un componente geométrico (Vargas , 2013).

La siguiente propuesta de unidad didáctica apoyada con tecnología bajo el marco de la geometría intuitiva “Entendida como aquella que relaciona la geometría tridimensional con la bidimensional a partir de la manipulación y la visualización (Duque, 2009)” busca reconocer atributos y propiedades de los poliedros regulares con estudiantes de grado 6<sup>a</sup>, en el Gimnasio Los Andes. Esta propuesta se enmarca bajo el modelo de razonamiento geométrico Van Hiele y pretende articular por medio de la técnica didáctica de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau y un

diseño instruccional ADDIE. El modelo ADDIE entendido como un proceso de diseño Instruccional interactivo, en donde los resultados de la evaluación formativa de cada fase pueden conducir al diseñador instruccional de regreso a cualquiera de las fases previas. El producto final de una fase es el producto de inicio de la siguiente fase (Universidad de Valencia, 2013).

La propuesta de unidad didáctica con la que se trabajará es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es la forma de establecer explícitamente las intenciones de enseñanza aprendizaje que van a desarrollarse en el medio educativo. Es un ejercicio de planificación, realizado explícita o implícitamente, con el objeto de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y porqué del proceso educativo, dentro de una planificación estructurada del currículum (Corrales, 2009).

Como lo menciona (Diez, 2012) en cualquier proceso de unidad didáctica se deben tener en cuenta objetivos, contenidos, actividades, recursos, adaptaciones curriculares y evaluación. En esta intervención se tomará como referencia el modelo Instruccional ADDIE, para el diseño se tomará la teoría de las situaciones didácticas y para las actividades se tendrá muy en cuenta el modelo Van Hiele.

## DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Al trabajar con el componente geométrico en el aula se presenta algunas dificultades en su desarrollo formal. Esto se da por las creencias y concepciones que pueden tener los estudiantes respecto a un objeto matemático. De acuerdo con Barrantes y Blanco (2004), el personal docente, debido a las concepciones y experiencias adquiridas en su formación, planea las lecciones y utiliza los mismos recursos que experimentó, en su momento, como estudiante. Muchas veces su vivencia personal le impide llevar a cabo una experiencia de aprendizaje que guíe al estudiante al descubrimiento de la geometría como generadora de conocimiento.

La enseñanza de la geometría se ve afectada por una serie de problemas. Según lo afirman Báez e Iglesias (2007), la mayoría de las instituciones educativas desarrollan los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría de una manera caracterizada principalmente, por la clase magistral y sobre todo, por el uso del discurso del profesor como principal medio didáctico. Lo anterior no implica que la clase magistral sea un método erróneo para la enseñanza, pero dejar como única forma o estrategia didáctica de interacción entre el objeto matemático y el estudiante sí lo posiciona como un proceso limitado.

Si bien puede entenderse que favorece a priori el aprendizaje significativo por recepción (D.P. Ausubel, 1968), creemos que una buena exposición o sistema expositivo puede ser también una fuente de intenso aprendizaje por descubrimiento, ya que puede traducirse en apertura, sugerencia, reflexión creativa, crítica,

elaboración alternativa, etc. Además, puede ser impactante y muy transformadora, inmediatamente o a medio o largo plazo, siempre que se asuma como punto de partida, y no como desembocadura.

En el Gimnasio Los Andes desde el año 2009 pude observar que los estudiantes de grado sexto y séptimo perciben la geometría desde ambientes netamente conceptuales, y en donde se ha privilegiado las demostraciones geométricas a dos columnas (ver anexo planeación escolar 2012), a manera de ampliar lo anterior, se le entrega a los estudiantes un problema geométrico (que describo como tipo ejercicio y problemas con texto según clasificación entregada por Borasi en 1986 y referenciada por Conejo, 2013) para posteriormente establecer dos columnas, la columna izquierda siempre debe presentar proposiciones, mientras que la columna derecha contiene justificaciones y explicaciones de cómo la proposición correspondiente de la columna izquierda es o bien un axioma, hipótesis, o puede ser inferida de manera deductiva de las proposiciones previas. La columna izquierda es típicamente llamada «Afirmaciones» y la derecha, «Razones»). Lo anterior está soportado por documentos, planeaciones y formatos de planeación propios del Gimnasio Los Andes. En conclusión percibo que para este contexto la geometría se ha llevado a la demostración y se han perdido procesos de análisis, formulación de hipótesis, experimentación, modelación y verbalización/comunicación entorno a situaciones problema.

De igual manera Barrantes (2005) señala que en las últimas décadas la enseñanza de la geometría ha estado caracterizada por:



- Una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basan en conceptos previos.
- La resolución automática de problemas en la que se tratan aspectos aritméticos.
- Una exclusión de la intuición, demasiado pronto, como acceso al conocimiento geométrico.

Los estudiantes no deben enfocarse solamente en aprendizajes de tipo algorítmico, si no deben atravesar por distintos tipos de aprendizajes con el propósito de establecer comprensión sobre el objeto matemático.

Es por ello que esta propuesta de unidad didáctica se encuentra focalizada en la comprensión del objeto matemático poliedros regulares, es importante tener en cuenta para esta unidad didáctica distintos tipos de aprendizaje como lo menciona D'Amore (2013), estos me permitirá estructurar la propuesta y llevar a los estudiantes a que establezcan comprensión sobre dicho objeto geométrico, específicamente con la caracterización y atributos de objetos tridimensionales y análisis de propiedades relacionadas con dichos objetos.

El aspecto clave y central es la comprensión, Duval (2003) menciona que la naturaleza epistemológica de los objetos matemáticos hace imposible acceder a estos de manera directa (sensorial o instrumentalmente); no tienen una posibilidad ostensiva y la única manera de acceder a ellos es vía sus representaciones, realizadas en sistemas semióticos determinados, las cuales pueden ser manipuladas y transformadas. No obstante, advierte Duval (2003), si no se distingue un objeto de su representación, no puede haber comprensión en matemáticas. En este sentido, la utilización de representaciones semióticas no sólo es necesaria para

propósitos comunicativos sino también para el desarrollo de la actividad matemática.

En ese sentido, a continuación describo esos elementos fundamentales para que pueda existir comprensión en matemáticas, claves para tener en cuenta en el proceso de diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la unidad didáctica.

- Noética - Aprendizaje Conceptual: Un concepto se considera construido cuando el estudiante está en grado de identificar propiedades del objeto, de representarlo, de transformar dichas representaciones, de usarlas en oportunos contextos.
- Aprendizaje Algorítmico: Se relaciona con las habilidades y destrezas para dar respuesta a las operaciones, al cálculo, aplicación de fórmulas o en el diseño de figuras usando oportunos instrumentos.
- Aprendizaje estratégico: Se busca potenciar y dar importancia a procedimientos y estrategias que se activan cuando se resuelve un problema.
- Aprendizaje comunicativo: Este aspecto del aprendizaje matemático, muchas veces olvidado u omitido, busca evidenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas, justificando, argumentando, demostrando y representando eficazmente de forma visiva con figuras.

Esta actividad didáctica, practicada y seguida con atención en algunos países, obliga a una discusión, al diálogo, a la comunicación.

- Aprendizaje Semiótico: Está constituido por dos componentes, propuestos por Raymon Duval:

1. Saber elegir los rasgos distintivos que, de un determinado objeto matemático construido cognitivamente o en proceso de construcción, se desean representar; elegir el o los registros semióticos que se consideran adecuados para dicha representación; dar una representación semiótica en dichos registros; o dar varias representaciones semióticas en uno o más de los registros elegidos.
2. Una vez obtenida cada una de las representaciones semióticas, saberla transformar en otra en el mismo registro (tratamientos) o en otro (Conversión) de forma oportuna, sin perder de vista el significado del objeto de partida.

Cada uno de estos elementos me permitirá modelar con qué tipo de conocimiento se relacionan los estudiantes en el momento de interactuar con el objeto matemático poliedros regulares.

Como lo menciona (Peña, 2010) El mundo en el que vivimos y nos movemos es un mundo de tres dimensiones representado a veces bidimensionalmente por medio de pinturas, dibujos y fotografías. Los libros de texto representan los objetos tridimensionales en un plano y esto, a lo que ya nos hemos acostumbrado, no resulta nada fácil de captar en un primer momento. Si utilizamos *TAC* (Tecnologías del aprendizaje y el conocimiento) como la realidad aumentada y *Learning Catalytics* la percepción espacial de nuestros alumnos será mucho más fácil de interpretar.

## JUSTIFICACIÓN

El proponer secuencias de aprendizaje que potencien la comprensión del estudiante implica controlar múltiples aspectos en el momento de realizar una intervención. En ese sentido se hace necesario tener como referente cuáles son esas consideraciones desde lo curricular desde lo didáctico y desde lo instruccional.

El Diseño Curricular Base para la Educación Primaria propuesto por el MEC (Ministerio de educación y cultura en España) para el área de Matemáticas incluye entre los diez objetivos generales de la educación matemática para este nivel uno que hace mención expresa a la geometría: 9. *Identificar formas geométricas en su entorno inmediato, utilizando el conocimiento de sus elementos, propiedades y relaciones entre las mismas para incrementar su comprensión de dicho entorno y desarrollar nuevas posibilidades de acción en el mismo.*

En un contexto local y desde una perspectiva didáctica, el MEN (1998) menciona que el estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la “matemática moderna”. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría. Es por ello que se hace necesario diseñar e implementar ambientes de aprendizaje apoyados con tecnología que contribuyan a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para los de movimiento. Según el Ministerio de Educación (1998) en los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, entendido como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y

se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Uno de los aspectos que, según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, da cuenta del desarrollo del pensamiento espacial es el “paso de lo tridimensional a lo bidimensional y unidimensional” o el problema de la representación de figuras u objetos tridimensionales en el plano. Es por ello que se hace necesario construir actividades de aprendizaje que fortalezcan la representación de objetos y el tránsito entre registros de representación.

La propuesta está encaminada a que los estudiantes en un ambiente de aprendizaje tipo B-Learning (La definición más sencilla y también la más precisa lo describe como aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial: “*which combines face-to-face and virtual teaching*” (COATEN, 2003; MARSH, 2003).) mediado por TAC, puedan experimentar y modelar con objetos tridimensionales a partir de software específico *geometry* de la empresa Arloon, la aplicación *Mirage* y el apoyo de la plataforma Learning catalytics. El uso de las TIC tiene un profundo impacto en la enseñanza de la geometría, en primera medida con el uso de software específico (Arloon, mirage y Learning catalytics). Esto Implica un replanteamiento en la construcción de actividades de aprendizaje frente a procesos como el de conjeturar, argumentar, modelar y demostrar. La realidad aumentada es una tecnología utilizada para ampliar la visión de la realidad con elementos virtuales que añaden información digital (sonido, vídeo, imágenes y/o simulaciones). En ese sentido como lo menciona (Carracedo, 2012) comprende aquella tecnología capaz de complementar la percepción e interacción

con el mundo real, brindando al usuario un escenario real, aumentado con información adicional generada por ordenador. De este modo, la realidad física se combina con elementos virtuales, disponiéndose de una realidad mixta en tiempo real. Objetos virtuales bidimensionales y/o tridimensionales se superponen al mundo real; el efecto suscitado comporta la coexistencia de dos mundos, virtual y real, en el mismo espacio.

Por otro lado, el modelo Van Hiele me permitirá utilizar aspectos como la recursividad, secuencialidad, lenguaje, continuidad y localidad. Estos aspectos articulados con las fases de desarrollo (Información, Orientación Dirigida, Explicitación, orientación Libre e Integración) permitirán desarrollar habilidades de razonamiento geométrico que el estudiante podrá adquirir alrededor del objeto matemático poliedros regulares.

## Objetivos

### General

- Construir una propuesta de unidad didáctica enfocada en potenciar habilidades de razonamiento geométrico enmarcadas en la visualización a partir de un ambiente de aprendizaje apoyado con tecnología.

### Objetivos Específicos

- Potenciar habilidades de razonamiento geométrico a partir de uso del modelo Van Hiele, la teoría de las situaciones didácticas y el modelo ADDIE.
- Construir en un ambiente de aprendizaje apoyado con TIC que permita potenciar habilidades de razonamiento geométrico y tránsito entre lo tridimensional, bidimensional y unidimensional.

## Fortalezas y delimitaciones del Estudio

La principal fortaleza de este estudio radica en la simulación bajo el marco de procesos de visualización con objetos tridimensionales y el seguimiento particularizado que se le puede realizar a cada estudiante a partir de la herramienta learning catalytics. Este tipo de propuestas no se han desarrollado en el país, en ese sentido el diseñar ambientes de aprendizaje apoyados con tecnología regulados por este tipo de herramientas, pueden abrir el camino hacia la optimización de procesos clave según el modelo Van Hiele como lo es la simulación, experimentación, análisis y seguimiento particular a cada estudiante según su nivel de comprensión con respecto al objeto matemático poliedros regulares.

Otra de las fortalezas tiene que ver con el diseño instruccional ADDIE, Para Bruner (1969) el diseño instruccional se ocupa de la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje. El diferencial con el modelo ADDIE es un proceso de diseño Instruccional interactivo, en donde los resultados de la evaluación formativa de cada fase pueden conducir al diseñador instruccional de regreso a cualquiera de las fases previas. Esto implica que existe una reflexión del docente bajo el marco de investigación acción lo cual permite rediseñar de manera continua en función de la construcción del objeto matemático poliedros regulares.

Dentro de las limitaciones encontradas, esta propuesta depende en primera medida de la accesibilidad, usabilidad y navegabilidad de la plataforma learning catalytics. Entendiendo y explicado de la siguiente manera como lo menciona (Otero, 2015):



- La accesibilidad de una página web se refiere a la posibilidad de acceso a la misma para todas las personas, con independencia de sus características físicas individuales o las características del contexto de uso (tecnologías disponibles).
- La navegabilidad de una página web se refiere a la facilidad con que un usuario puede desplazarse por ella. Si una página web es clara, sencilla, comprensible, ofrece al usuario una experiencia satisfactoria.
- La usabilidad es el término que se utiliza para analizar la mejor forma de diseñar sitios web para que los usuarios puedan interactuar con ellos de la forma más fácil, cómoda e intuitiva posible.

Como segundo aspecto el uso de aplicaciones con las que se trabaja. Inevitablemente si no contamos con estos recursos el ambiente de aprendizaje condiciona el desarrollo de la secuencia didáctica.

## 2. MARCO TEÓRICO

A continuación, se presenta el marco teórico el cual pretende mostrar cada uno de los elementos que intervienen en el análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la propuesta de unidad didáctica.

El primero se enfoca en cómo se aprende la geometría y qué consideraciones debo tener en cuenta en el momento de enseñar el objeto matemático poliedros regulares, un segundo aspecto muestra cómo las Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la educación pueden contribuir en la comprensión de dicho objeto matemático. Lo tercero es cómo a partir de la técnica didáctica (Teoría de las situaciones didácticas de Brousseau) orientado por un diseño instruccional ADDIE. Y lo cuarto se relaciona con la metodología de investigación.

### 2.1 ¿Cómo se aprende y cómo se enseña la geometría desde la perspectiva de los poliedros regulares?

En investigaciones como las desarrolladas por Hitt (1996, 2003), Duval (1999), Azcárate y Deulofeu (1996), Moschkovich (1999), observamos un creciente interés por el uso de nociones semióticas en el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En general, se ha coincidido en una idea fundamental, la cual consiste en que para lograr una comprensión de un objeto matemático es necesario desarrollar un aprendizaje que incorpore de una forma sistemática tratamientos, pero sobre todo conversiones entre las diversas representaciones del concepto. La anterior idea ha sido bien asimilada por algunos investigadores y diseñadores para la creación de propuestas de enseñanza (Valencia, 2003; Avella & León, 2006, Altman et al, 2007; Ávila & sarmiento, 2009;

Guevara, 2011; Ramírez & Velásquez, 2012), propuestas que usualmente al ser consideradas como innovadoras y de alto impacto, son tenidas en cuenta sin verificar su validez. En el caso de la construcción del objeto matemático poliedros tendremos en cuenta principalmente los siguientes registros semióticos

*Registro semiótico Lenguaje Natural (LN):* surgen a partir de las características o atributos que posee un objeto tridimensional.

Representaciones semióticas de este registro semiótico:

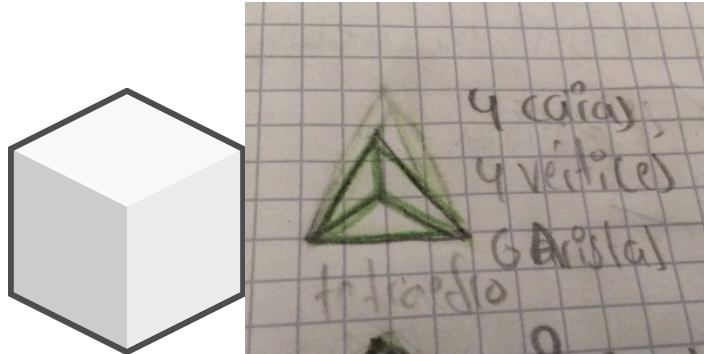
- Número de caras. A manera de ejemplo, Se refiere cuando un estudiante menciona "...Este cubo tiene 6 caras..."
- Número de vértices. A manera de ejemplo, Se refiere cuando un estudiante menciona "...Este tetraedro tiene 4 vértices..."
- Forma de las caras y sus características A manera de ejemplo, Se refiere cuando un estudiante menciona "...en el icosaedro las caras son triángulos equiláteros..."

*Registro semiótico lenguaje algebraico (LA):* Permiten realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que se representa.

Representaciones simbólicas de este registro semiótico son utilizados para denotar

- Área de las caras. "...El área de esta pared es  $b \times h$  (Base por Altura)..."
- Volumen del cubo. Ejemplo: "...el volumen del Cubo se expresa como:  $L \times L \times L = L^3$  para este caso me da  $3\text{cm} \times 3\text{cm} \times 3\text{cm} = 27 \text{cm}^3$ ).

*Registro Figural, Icónico y geométrico:* Refiere a dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados. Ejemplo con el cubo



*Registro Tabular (RT):* Los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir propiedades y características del objeto de conocimiento representado: Ejemplo:

Poliedro regular plano	Caras (C)	Vértices (V)	Aristas (A)	Valor de C+V-A
Tetraedro				
Hexaedro				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

Sólido regular	número de caras	forma de caras	número de caras en cada vértice	número de vértices	número de aristas
tetraedro	4	triangular	3	4	6
cubo	6	cuadrada	3	8	12
octaedro	8	triangular	4	6	12
dodecaedro	12	pentágono	3	20	30
icosaedro	20	triangular	5	12	30

1. Resume las características de los Sólidos Platónicos en la siguiente tabla:

Poliedro Regular	Número de caras	Forma de caras	Número de caras en cada vértice	Número de vértices	Número de aristas
Tetraedro	4	triangular	3	4	6
Cubo	6	cuadrada	3	8	12
Octaedro	8	triangular	4	6	12
Dodecaedro	12	pentágono	3	20	30
Icosaedro	20	triangular	5	12	30

Se ha dicho que la mejor manera de aprender sobre poliedros es construirlos y después, observarlos, compararlos, transformarlos y modificarlos (Guillen Soler, 1997, p.11). En ese sentido se hace necesario comentar las propiedades de los poliedros regulares. La primera es que todas sus caras son polígonos regulares, la segunda todas las caras son polígonos iguales y la tercera que todos los vértices del poliedro son de la misma clase. Luego desde mi práctica educativa ¿Cómo puedo contribuir a que mis estudiantes adquieran y comprendan estas propiedades a partir del desarrollo de diferentes habilidades?

En primer lugar es importante mencionar cómo se aprende la geometría, una de las posturas fuertes es la Teoría de Niveles de Van Hiele, fue desarrollada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. El trabajo de Dina consiste en el desarrollo de nuevos métodos de enseñanza, y Pierre Van Hiele incorpora a la teoría, las interacciones que ocurren en un salón de clases.

Los niveles de razonamiento describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática escolar, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias y pregrados en formación matemática. De acuerdo con el modelo de Van Hiele si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (se tomará como nivel 0), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). Los niveles se clasifican, según Gutiérrez y Jaime, (1996), como sigue:

1. **Nivel 0** (de Reconocimiento Visual o Visualización). Las figuras son juzgadas por su apariencia.
2. **Nivel 1** (de Análisis o Descripción). Las figuras son mensajeros de sus propiedades.

3. **Nivel 2** (de Clasificación y Relación o Teórico). Las propiedades son ordenadas lógicamente.

4. **Nivel 3** (de Deducción Formal o Lógica Formal). La Geometría es entendida como un sistema axiomático.

5. **Nivel 4** (de Rigor). La naturaleza de la lógica formal, en la cual los sistemas axiomáticos son estudiados.

En ese sentido, el aprender sobre el objeto matemático poliedros no sólo implica por pasar de un nivel al otro potenciando habilidades de razonamiento, por el contrario, existen otras variables que pretendo traer y mencionar en este momento. Por una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y, por otra, es sólo por medio de representaciones semióticas que es posible una actividad sobre los objetos matemáticos.

Existen distintos de tipos de aprendizaje de la matemática, como lo menciona D'Amore (2013) que me permitirán estructurar la propuesta y llevar a los estudiantes a que establezcan un nivel apropiado de comprensión sobre este objeto matemático:

- **Noética - Aprendizaje Conceptual:** Un concepto se considera construido cuando el estudiante está en grado de identificar propiedades del objeto, de representarlo, de transformar dichas representaciones, de usarlas en oportunos contextos.

- Aprendizaje Algorítmico: Se relaciona con las habilidades y destrezas para dar respuesta a las operaciones, al cálculo, aplicación de fórmulas o en el diseño de figuras usando oportunos instrumentos.
- Aprendizaje estratégico: Se busca potenciar y dar importancia a procedimientos y estrategias que se activan cuando se resuelve un problema.
- Aprendizaje comunicativo: Este aspecto del aprendizaje matemático, muchas veces olvidado u omitido, busca evidenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas, justificando, argumentando, demostrando y representando eficazmente de forma visiva con figuras.

Esta actividad didáctica, practicada y seguida con atención en algunos países, obliga a una discusión, al diálogo, a la comunicación.

- Aprendizaje Semiótico: Está constituido por dos componentes, propuestos por Raymon Duval:
  3. saber elegir los rasgos distintivos que, de un determinado objeto matemático construido cognitivamente o en proceso de construcción, se desean representar; elegir el o los registros semióticos que se consideran adecuados para dicha representación; dar una representación semiótica en dichos registros; o dar varias representaciones semióticas en uno o más de los registros elegidos;
  4. Una vez obtenida cada una de las representaciones semióticas, saberla transformar en otra en el mismo registro (tratamientos) o en otro



(Conversión) de forma oportuna, sin perder de vista el significado del objeto de partida.

Cada uno de estos elementos me permitirá modelar con qué tipo de conocimiento se relaciona los estudiantes en el momento de interactuar con el objeto matemático poliedros regulares. Es importante mencionar que cada estudiante posee unas habilidades cognitivas determinadas dependiendo del nivel en el que se encuentra. Ejemplo:

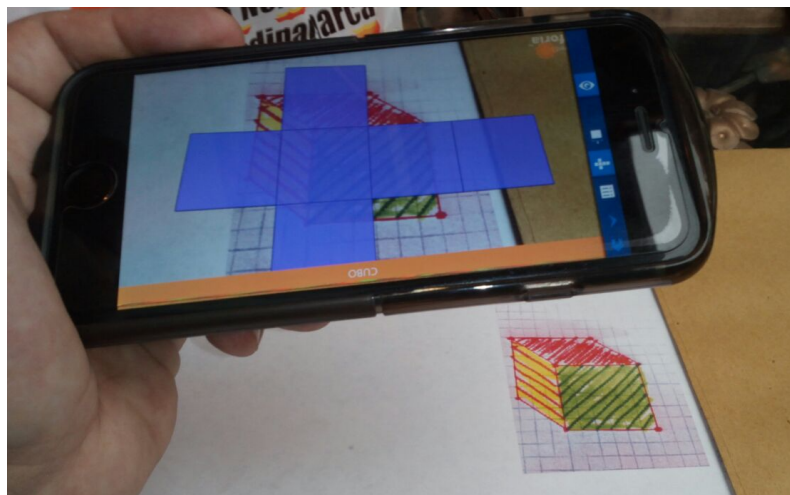
	<b>ELEMENTOS EXPLÍCITOS</b>	<b>ELEMENTOS IMPLÍCITOS</b>
<b>NIVEL 0</b>	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
<b>NIVEL 1</b>	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos.
<b>NIVEL 2</b>	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
<b>NIVEL 3</b>	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (Sistemas axiomáticos)

Tabla tomada del modelo van Hiele (Rodríguez, 2007).

## 2.2 ¿Cómo las Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la educación pueden contribuir en la comprensión del objeto matemático poliedros regulares?

El primer uso de una nueva tecnología consiste siempre en un esfuerzo para hacer mejor lo que ya se hacía antes, por eso es razonable esperar que las TIC ayuden a mejorar las prácticas ya existentes en la escuela (Fagundes, 2009, Párr. 5). No siempre la pregunta debe estar orientada a ¿Qué se puede hacer desde el campo de las TIC que desde un medio presencial no se puede realizar? Para ser más específico, los procesos de simulación de objetos tridimensionales se pueden realizar de dos maneras distintas, la primera desde lo presencial a partir de la manipulación de objetos tangibles existentes en el mundo real. La segunda con el uso de aplicaciones móviles apoyadas con realidad aumentada (mirage y Arlonn Geometry), estas permiten a partir de la manipulación realizar conversiones entre registros de representación (para este caso entre representación en 2D hacia una de 3D).

Tal como lo menciona Gonzato (2010), dentro de las actividades que se deben implementar deben estar aquellas enfocadas en “reconocer, describir, fabricar o transformar objetos”, en las cuales deben incluirse tareas de representación (bi o tridimensional) de objetos tridimensionales (materiales o representados en el plano). A manera de ejemplo en la secuencia se realizaron los siguientes modelados



Las TIC nos proporcionan múltiples formas de representar situaciones problemáticas que les permite a los estudiantes desarrollar estrategias de resolución de problemas y mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están trabajando. El Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM) expresa que “cuando las herramientas tecnológicas están disponibles, los estudiantes pueden concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas” (Edmetic, 2005, pág. 129).

Este ambiente de aprendizaje pretende desarrollar alumnos matemáticamente competentes, que tengan “la capacidad individual para identificar y comprender el

papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2003, pág. 26 ). Las TIC juegan un papel importante dentro de los procesos de enseñanza aprendizaje ya que les permite ser constructores activos de su propio aprendizaje en esta propuesta de unidad didáctica las TIC proveen y se enfocan en potenciar procesos de visualización con objetos tridimensionales y el seguimiento particularizado con respecto al proceso de construcción que el estudiante tiene en relación con el objeto matemático (en este caso poliedros regulares).

Dentro de este proceso, los estudiantes trabajaran con ciertas habilidades TIC para el aprendizaje. Estas habilidades TIC entendidas como la capacidad de resolver problemas de información, comunicación y conocimiento así como dilemas legales, sociales y éticos en ambiente digital (MEN chile. 2006). Para el desarrollo de esta propuesta nos enfocaremos en dos dimensiones, la primera de información y en la subdimensión como fuente (Habilidades en la recolección y organización de información de manera efectiva) evidentes en tareas que se le propondrán al estudiante en el momento de socializar y generalizar los distintos contextos en donde se utilizan los poliedros. Y la segunda, en la dimensión de comunicación y colaboración en la subdimensión comunicación efectiva (esta sub-dimensión da cuenta de las habilidades y conocimientos que se necesitan para compartir o transmitir los resultados o productos creados por el estudiante) presente en algunos momentos en los que el estudiante debe presentar sus avances con respecto a diferentes tipos de tareas propuestas.

Las TIC les permite a los estudiantes potenciar procesos de simulación, caracterización y hallazgos de regularidades frente a la interacción con diferentes situaciones problema. Ahora debemos entender que integrar las TIC a las clases de matemáticas es más que usar un recurso o herramienta, implica redefinir la forma que aprendemos y enseñamos matemáticas (Cruz Pichardo, 2012, pág. 4).

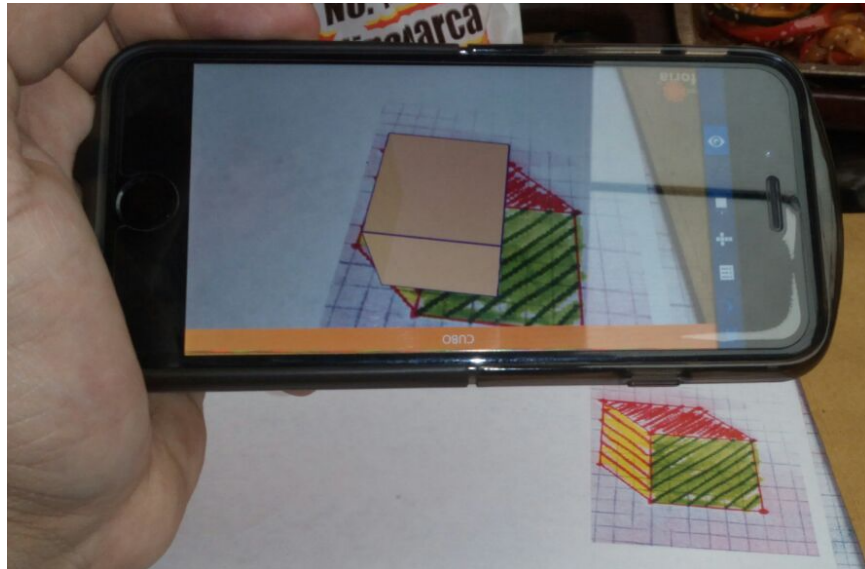
El surgimiento de estas nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación que no necesariamente están ligadas a la educación y que su inclusión masiva en nuestra sociedad ha marcado un papel clave dentro de nuestro contexto educativo. Esto puede favorecer, según el informe del IPE-UNESCO (2006), a la adquisición de habilidades necesarias para los nuevos tiempos:

- Creación y selección de la información.
- Autonomía.
- Capacidad para tomar decisiones.
- Flexibilidad y capacidad de resolver problemas.
- Trabajo en equipo.
- Habilidades comunicativas.

### 2.2.1 ¿Cómo la realidad aumentada permite mejorar la comprensión del objeto matemático poliedros regulares?

La *Realidad Aumentada* (Basogain, 2013, Párr. 1), está relacionada con la tecnología Realidad Virtual que sí está más extendida en la sociedad; presenta algunas características comunes como por ejemplo la inclusión de modelos virtuales gráficos 2D y 3D en el campo de visión del usuario; la principal diferencia es que la Realidad Aumentada no reemplaza el mundo real por uno virtual, sino al contrario,

mantiene el mundo real que ve el usuario complementándolo con información virtual superpuesta al real. El usuario nunca pierde el contacto con el mundo real que tiene al alcance de su vista y al mismo tiempo puede interactuar con la información virtual superpuesta.



La Realidad Aumentada como una tecnología que apenas con este tipo de investigaciones comienza a relacionarse en el aula escolar a nivel Colombia pretende mostrar las ventajas que permiten este tipo de herramientas. En el caso de la geometría queda en evidencia que los procesos de visualización en función de la caracterización del objeto matemático juega un papel importante. La visión se encuentra en el centro biológico y socio-cultural. Por lo tanto, el aspecto biológico se describe en la siguiente cita (Adams y Víctor, 1993, p. 207): "La facultad de la visión es nuestra más importante fuente de información sobre el mundo. La mayor parte del cerebro está implicada en la visión y en el control visual del movimiento, la percepción y la elaboración de las palabras, y la forma y el color de los objetos.

Además como lo menciona (Cespedes de los Ríos, 2012) La implementación de Realidad Aumentada para la enseñanza de Geometría básica en la educación primaria y parte de la secundaria favorece el proceso de enseñanza aprendizaje ya que dinamiza las clases y genera un mayor interés en los estudiantes.

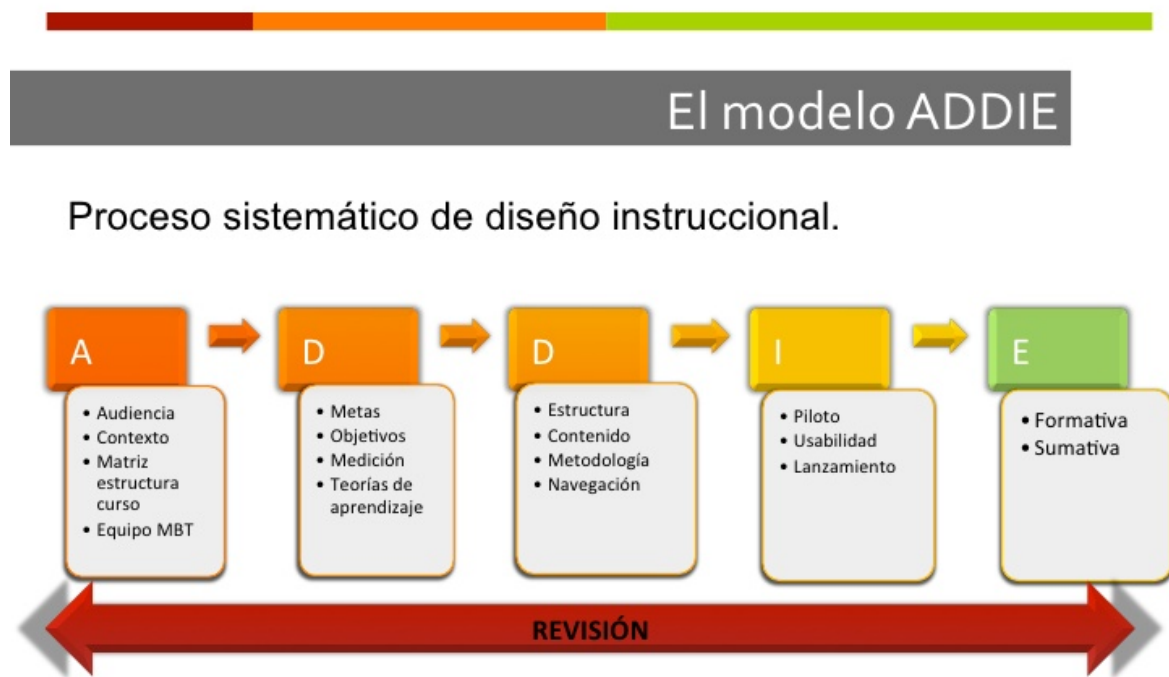
### 2.3 ¿Cómo a partir del diseño instruccional ADDIE, la Teoría de situaciones didácticas de Brousseau y el modelo Van Hiele permite mejorar la comprensión de los estudiantes en relación con el objeto matemático poliedros regulares?

Es importante mencionar que para el diseño e implementación de esta propuesta se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones. La primera corresponde a que el diseño instruccional ADDIE se utiliza para la regulación global pasando por el análisis, diseño, desarrollo implementación y evaluación en cada uno de los momentos requeridos. La segunda corresponde a la Teoría de las situaciones didácticas, se utilizará como eje en el tema del análisis y diseño, y el modelo Van Hiele como marco regulador en cada una de las actividades de aprendizaje establecidas en la unidad didáctica, respetando las fases de información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

Construir, diseñar y evaluar esta propuesta didáctica implican una serie de tareas que deben estar sistemáticamente organizadas. En ese sentido, las tareas pueden ser conceptualizadas a través de un modelo de diseño Instruccional.

Incorporan 5 pasos básicos o tareas que constituyen la base del proceso de diseño instruccional y, por lo tanto, pueden ser considerados genéricos. Los cinco pasos son: **A**nálisis, **D**iseño, **D**esarrollo, **I**mplementación, y **E**valuación de los materiales de aprendizaje y las actividades". (McGriff, 2000).

Para Bruner (1969) el diseño instruccional se ocupa de la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje. El modelo ADDIE es un proceso de diseño Instruccional interactivo, aquí el resultado de la evaluación formativa de cada uno de estos momentos me permitirá reorientar el proceso en cualquiera de las fases previas. El producto final de una fase es el producto de inicio de la siguiente fase. ADDIE es el modelo básico de DI (Diseño instruccional), pues contiene las fases esenciales del mismo.



Sistema ADDIE.

Imagen tomada de <https://image.slidesharecdn.com/modeloaddie-110905173755-phpapp01/95/modelo-addie-1-728.jpg?cb=1315315831>



ADDIE es el acrónimo del modelo, atendiendo a sus fases:

- **Análisis.** El paso inicial es analizar el alumnado, el contenido y el entorno cuyo resultado será la descripción de una situación y sus necesidades formativas.
- **Diseño.** Se desarrolla un programa del curso deteniéndose especialmente en el enfoque pedagógico y en el modo de secuenciar y organizar el contenido.
- **Desarrollo.** La creación real (producción) de los contenidos y materiales de aprendizaje basados en la fase de diseño.
- **Implementación.** Ejecución y puesta en práctica de la acción formativa con la participación de los alumnos.
- **Evaluación.** Esta fase consiste en llevar a cabo la evaluación formativa de cada una de las etapas del proceso ADDIE y la evaluación sumativa a través de pruebas específicas para analizar los resultados de la acción formativa.

Según Belloch (2012) en la formación virtual, tanto si se sigue la modalidad e-learning como B-learning, cualquier propuesta de formación o instrucción precisa conocer no solo la materia de estudio, las teorías de aprendizaje y las estrategias didácticas, sino que también es indispensable conocer el medio tecnológico con el fin de generar ambientes de aprendizaje adaptados a la modalidad virtual, considerando las tecnologías como herramientas cognitivas que el alumno va a manejar para construir su conocimiento.

El diseño instruccional se plantea como un proceso sistémico con actividades interrelacionadas que nos permiten crear ambientes que realmente faciliten, de forma mediada, los procesos de construcción del conocimiento. Si estos ambientes de aprendizaje no utilizan un diseño instruccional adecuado a la modalidad virtual no seguirán una planificación apropiada del proceso formativo con una propuesta didáctica definida y, por ello, los beneficios de las actividades de aprendizaje pueden verse disminuidos notablemente. Por tanto, el diseño instruccional no debe dejarse de lado en la producción e implementación de ningún recurso educativo o ambiente virtual de aprendizaje, sino que sirve como garantía de rigor y validez de todo el proceso. (Belloch, 2012, Pág.12).

El diseño instruccional es la base para garantizar que la tecnología no se sobrepondrá al aprendizaje y para reafirmar que en todo proceso educativo la dimensión pedagógica es y será siempre lo fundamental. En la Educación la tecnología es un medio, muy importante, pero no un fin. (Belloch, 2012, Pág. 12).

Frente a la pregunta **¿Cómo la metodología de investigación permite a través de un método particular descubrir y explicar ciertos fenómenos en los procesos de enseñanza aprendizaje y cómo esto permite mejorar mi práctica educativa?**

Intentaré describirlo más a fondo en el capítulo 4 relacionado con este tema

Para G. Brousseau el análisis de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas debería centrarse en la naturaleza de las interacciones de los alumnos con unas situaciones problema (interacciones del alumno con el medio en términos de juego software y/o para esta propuesta con apoyo de un ambiente virtual de aprendizaje). Este análisis permitirá desarrollar una ingeniería didáctica particular de situaciones con el propósito de potenciar la comprensión a partir de la interacción con el objeto matemático poliedros regulares.

Teniendo en cuenta la situación problema planteada, se deben entonces dar a los estudiantes diferentes herramientas, para que ellos realicen una estrategia de solución y se vayan aproximando al objetivo que se busca.

Según lo dicho anteriormente, las producciones de los alumnos serán fruto entonces, como lo llama Brousseau de una reflexión continua entre la situación y el conocimiento previo que genera las primeras estrategias de resolución, para que de esta forma, este proceso permita que los alumnos modifiquen, completen o rechacen el conocimiento relativo del número entero. Según esto, G. Brousseau define una situación didáctica de la siguiente manera:

“...el conjunto de las relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos un cierto medio – que comprende instrumentos y objetos – y el profesor con el fin de hacer que los alumnos se apropien de un saber constituido o en vía de constitución” (Brousseau, 1986, citado en J centeno, 1988)

Siguiendo este aporte teórico, el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas viene entonces caracterizado por la forma de organizar las interacciones de los alumnos con la situación de una manera efectiva (desde el

punto de vista del objeto de la interacción: que los alumnos se apropien de un determinado conocimiento).

En este sentido Brousseau identifica roles diferentes para el profesor y los alumnos en cada situación (Maestro: la devolución, y la institucionalización), (Alumnos: las acciones, las formulaciones y las pruebas).

Así G. Brousseau determina una situación didáctica como "...el conjunto de las relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos un cierto medio - que comprende instrumentos y objetos - y el profesor con el fin de hacer que los alumnos se apropien de un saber constituido o en vía de constitución" (1986).

### 2.3.1 APRENDIZAJE A TRAVÉS DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

Es importante tener en cuenta qué se entiende por las situaciones didácticas y demás conceptos que intervienen en esta mirada sobre el rediseño. "La noción de situación didáctica va más allá de la idea de mera actividad práctica. Una situación busca que el estudiante construya con sentido un conocimiento matemático, y nada mejor para ello que dicho conocimiento aparezca los ojos del estudiante como la solución óptima del problema a resolver".

Tal como lo habíamos mencionado hablar de aprendizaje en matemáticas implica la correlación entre el aprendizaje conceptual, algorítmico, comunicativo, estratégico y semiótico, además de la regulación por cada una de las fases de aprendizaje (Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración).

**Información:**

- En cada una de las actividades se pretende a partir de las preguntas detectar qué información poseen los estudiantes frente al objeto matemático poliedros regulares.

*Ejemplo ¿Qué es un poliedro?. Respuesta de un estudiante: Es una figura que tiene área y volumen.*

- Puesta en común del lenguaje tratado con el objeto matemático poliedro regulares. (aristas, vértices “aprendizaje comunicativo”).

*“...Es decir profe que una diagonal es un segmento que va de un vértice a otro vértice no consecutivo?”*

### **Orientación dirigida:**

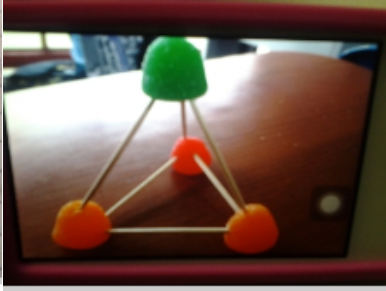
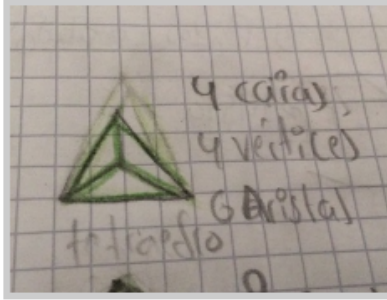
- Se lleva cabo una secuencia didáctica apoyada con la teoría de situaciones problema que fortalezcan aprendizajes significativos en el estudiante.

En esta fase se seleccionaron las actividades pertinentes y adecuadas para el proceso de implementación, El papel del profesor resulta primordial en esta fase, ya que debe seleccionar las actividades adecuadas para permitir al estudiante aprender los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales para el nuevo nivel de razonamiento. Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita Peñas y Ruiz (1994).

### **Explicitación**

En esta fase se promovió en los estudiantes el aprendizaje comunicativo, se compartieron las concepciones y nociones que poseen los estudiantes en el momento de interactuar con cada una de las actividades de aprendizaje. En definitiva se orientó el lenguaje y vocabulario propio del objeto matemático poliedros regulares correspondiente al nivel de análisis expresado por el modelo Van Hiele.

Ejemplo: Carga la imagen de tu tetraedro dibujado



## Orientación libre

Dentro de la secuencia didáctica se orientó a los estudiantes a que mostraran cada uno de sus hallazgos, hipótesis, deducciones y conclusiones, se enfocan en a resolución de situaciones que impliquen utilizar los conocimientos adquiridos

A manera de ejemplo se les propuso los siguientes ejemplos

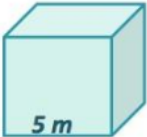
My Courses > QUIZ POLIEDROS > quiz sólidos > Session 82618744

[Download results](#) [Attendance information](#) [Messages](#) [Delete data](#)

Jump to 1 2 3 4 5

1. numerical

El volumen de la siguientes figura es

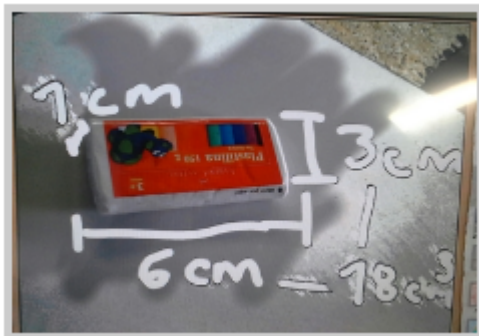


Round 1

9 responses, 67% correct

40:	11%
125m:	11%
125:	67%
125m3:	11%

Encuentra el área del objeto que elegiste



## Integración

En esta fase como lo menciona la propuesta se potencializan los acuerdos trabajados sesión a sesión, son procesos de institucionalización. Brousseau (1986) explica que la función de la institucionalización es la de establecer y dar un estatus oficial al conocimiento referido en una actividad didáctica; particularmente "...define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones 'libres' del alumno

con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de esas actividades y les da un estatuto" (Brousseau, 1986: 64).

Es de mencionar que en esta fase de integración la institucionalización se optimiza de manera inmediata a partir de la herramienta de Learning Catalytics, allí se identifican aquellos estudiantes que presentan debilidades con respecto a las preguntas planteadas o contestaron de manera errónea y se hace una intervención de manera directa y orientada al desempeño de comprensión que se está trabajando en la secuencia de actividades.

Student	Round 1	
AGRAY DE LA TORRE, SOFIA	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>
ALVAREZ GOMEZ, RAFAEL	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>
CAMARGO SANABRIA, DIANA LUCIA	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>
MEJIA QUINAYAS, MIGUEL ANDRES	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>
QUIROGA MEDINA, SANTIAGO	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>
RODRIGUEZ DIAZ, ANDRES FELIPE	125m (0.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark correct (1 point)</a> <a href="#">Comment</a>
SANCHEZ AGUIRRE, SEBASTIAN DAVID	40 (0.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark correct (1 point)</a> <a href="#">Comment</a>
URREA PEÑA, DANIELA	125m3 (0.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark correct (1 point)</a> <a href="#">Comment</a>
VELEZ DE LA ESPRIELLA, ALEJANDRA	125 (1.00 points)	<a href="#">Revert to previous attempt</a> <a href="#">Mark incorrect (0.0 points)</a> <a href="#">Comment</a>

Showing 1 to 9 of 9 entries Previous 1 Next

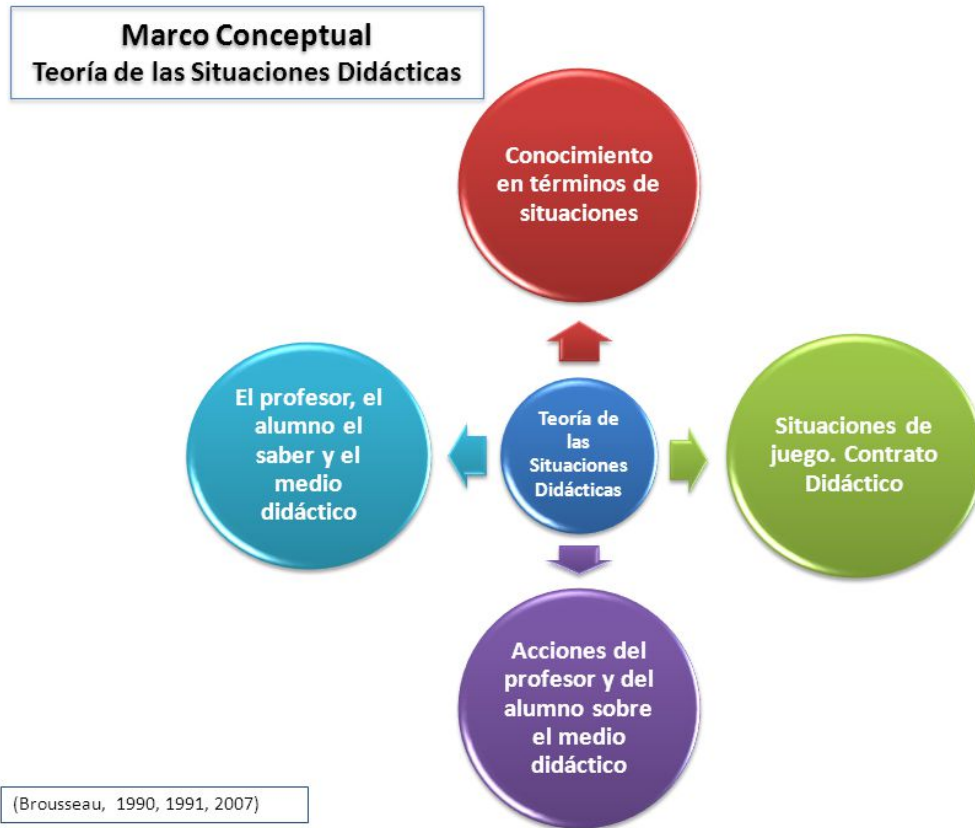
[Mark all as correct](#) [Mark all as incorrect](#)

### 2.3.2 TIPOS DE SITUACIONES PARA LA PROPUESTA

El planteamiento de esta secuencia de actividades viene estructurado desde el enfoque sistémico dado por Brousseau, el cual define “la didáctica de la matemática como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos indicando, como objetos particulares de estudio: Las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores” .



Así se toman en cuenta las consideraciones referidas a las caracterizaciones de cada una de las situaciones puestas por Brousseau, desde interpretaciones realizadas por Godino (1991) y Chamorro (2000) y el mismo Brousseau (1991):



### 2.3.2.1 Situaciones de Acción

Colocan al alumno ante un problema donde las condiciones propuestas son el conocimiento a enseñar. El alumno se envía un mensaje a sí mismo a través de ensayos y errores que hace para resolver el problema, de tal manera que él puede actuar sobre ella y esta le devuelva información sobre su acción. Así, se actúa sobre

el medio, que favorece el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos para las formalizaciones.

Una buena situación de acción no es únicamente una situación de manipulación libre o siguiendo instrucciones, sino que debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción, ajustar este resultado sin la intervención de su profesor, gracias a la retroalimentación de la situación misma. Así se abandona o se mejora su modelo, creando otro: la situación provoca un aprendizaje por adaptación, según los términos de Piaget.

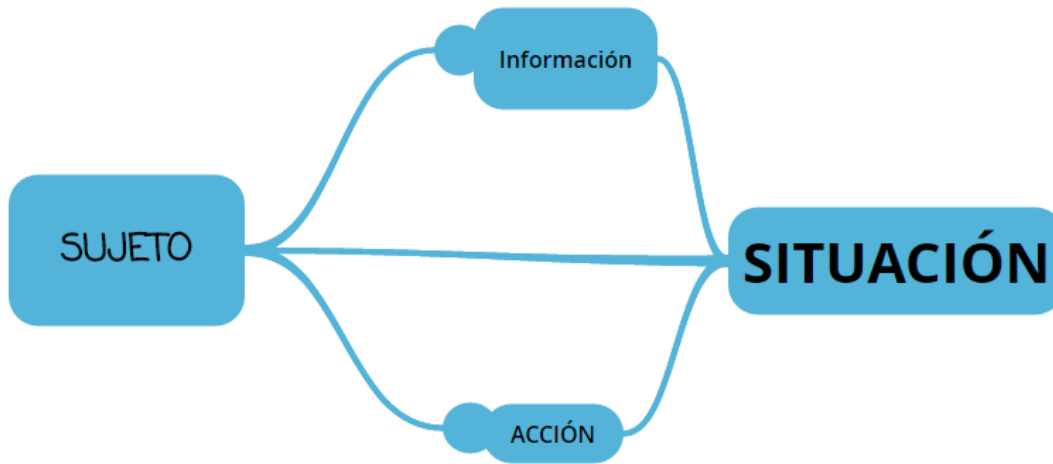
A manera de ejemplo

<https://www.youtube.com/watch?v=-fxZjDTE0A8>



En el momento de una situación de acción, se produce un verdadero diálogo entre el niño y la situación. Esta dialéctica le permite crearse un modelo implícito. El alumno no puede aún, necesariamente formular ni organizar en teoría lo que resulta de su comportamiento.

## DIAGRAMA REALIZADO POR BROUSSEAU



### 2.3.2.2 Situaciones de Formulación

Para que el alumno pueda explicar por él mismo su modelo implícito y para que esta formulación tenga sentido para él, es necesario que pueda usarlo para obtener otros resultados o para que otro alumno los obtenga. A partir de esta situación, el alumno intercambia información con uno o varios interlocutores, el maestro puede ser uno de ellos, los dos pueden ser alumnos o grupos de alumnos, estas situaciones favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En estas suelen diferenciarse las situaciones de comunicación que son las situaciones de formulación que tiene dimensiones sociales explícitas. Las condiciones para que una situación de formulación funcione son:

- Que haya necesidad de comunicación entre alumnos cooperantes (hay que enviar un mensaje).
- Que las posiciones de los alumnos sean asimétricas en lo que se refiere a los medios de acción sobre el medio o las informaciones.

- Que el medio permita retroacciones para la acción, con el receptor del mensaje (los alumnos discuten sobre los mensajes, "no necesitan al maestro para saber si el mensaje funciona).

A manera de ejemplo y dentro de esta propuesta, en esta fase se promovieron este tipo de actividades.



[https://www.youtube.com/watch?v=dnkEvf\\_eJG8](https://www.youtube.com/watch?v=dnkEvf_eJG8)

### 2.3.2.3 Situaciones de Validación

Para que el alumno construya una demostración y para que tenga sentido para él, se necesita que pueda hacerla en una situación llamada de validación, donde pueda convencer a otro; así, el alumno debe justificar la pertinencia y validez de la estrategia puesta en marcha, elaborar la verificación o prueba semántica que justifica el uso del modelo para tratar la situación. La eficacia de cada estrategia depende de (a situación precisa, pudiendo resultar óptima en algunos casos e ineficaz en otros.

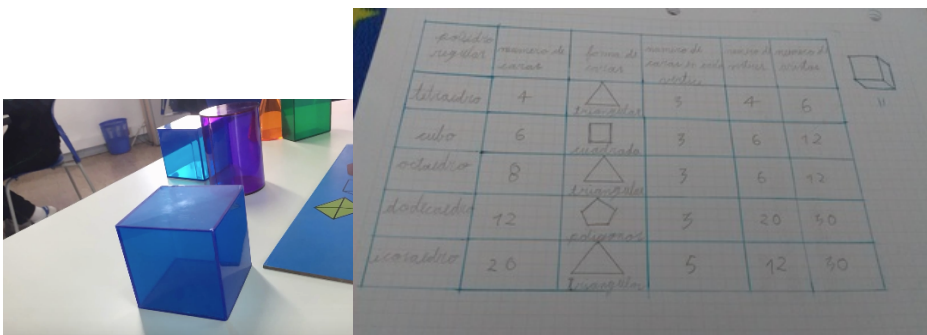
Es la ocasión para que un alumno (proponente) envíe un mensaje matemático (modelo de la situación) como una afirmación a un interlocutor (oponente). El Proponente debe justificar la exactitud y pertinencia de su modelo y proporcionar si es posible una validación semántica y sintáctica, El oponente puede demandar

explicaciones suplementarias, rechazar aquellas que no comprende o aquellas con las que no está de acuerdo, justificando su rechazo. Para que haya una situación de validación se requiere:

- Que haya la necesidad de comunicación entre alumnos oponentes (proponente y oponente).
- Que las posiciones de los alumnos sean simétricas en relación con los medios de acción sobre el medio y las informaciones.
- Que el medio permita retroacciones a través de la acción (mensaje) y con el juicio del interlocutor.

Dentro de las actividades propuestas, en esta fase se enfatizaron en aspectos como Discusión de cómo se establece y encuentra el área y volumen de figuras tridimensionales de su entorno.

Conjunto de atributos y propiedades que contiene un poliedro regular.



Resume las características de los Sólidos Platónicos en la siguiente tabla:

Poliedro Regular	Número de caras	Forma de caras	Número de caras en cada vértice	Número de vértices	Número de aristas
Tetraedro	4	triangular	3	4	6
Cubo	6	cuadrada	3	8	12
Octaedro	8	triangular	4	6	12
Dodecaedro	12	pentágono	3	20	30
Icosaedro	20	triangular	5	12	30

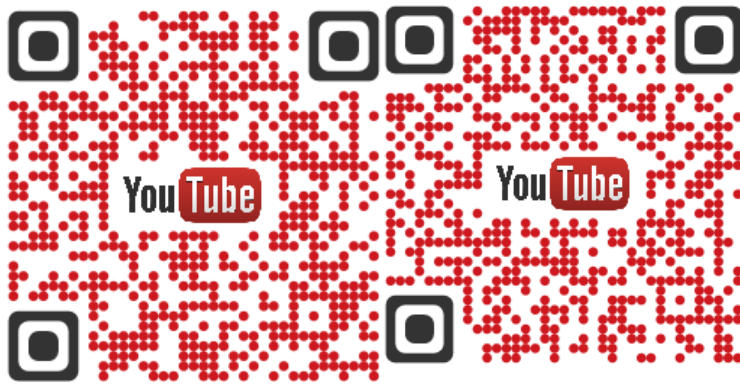
#### 2.3.2.4 Situaciones de Institucionalización.

Tiene por finalidad establecer y dar un "status" oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc., que deben ser retenidas para el trabajo posterior.

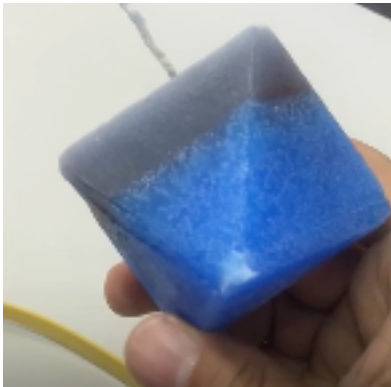
Cuando el alumno ha encontrado la solución al problema planteado, desconoce que tal solución constituye un conocimiento matemático que puede ser reutilizado con éxito en otras situaciones y ocasiones. Sus respuestas deben ser transformadas, mediante un proceso de re-descontextualización y re-despersonalización, para que esos conocimientos puedan ser convertidos en saberes, integrados y constitutivos del saber a enseñar, reconociendo en ellos un saber cultural reutilizable, con un carácter universal. Estos procesos, se realizan a cargo del profesor, bajo su responsabilidad. Una vez construido y validado el nuevo conocimiento será parte del patrimonio de la clase.

Una de las actividades mostradas en esta fase consiste en la construcción de velas en forma de poliedros, allí intervienen nociones de área, volumen y tener claras las

características de los poliedros con el propósito de mantener una comunicación efectiva



<https://www.youtube.com/watch?v=vcWn0aY1I1s>



## 2.4 ELEMENTOS PARA GESTIONAR LA SECUENCIA

Dentro de las consideraciones a tener en cuenta a la hora de gestionar en el aula se tendrán en cuenta: la transposición didáctica, el contrato didáctico y las variables didácticas:

✓ **2.4.1 Transposición didáctica.** La relatividad del saber a la institución en que se presenta lleva al concepto de transposición didáctica. (Chevallard, 1985), en el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado. Este conocimiento está basado en el referente teórico, contando y realizando una transposición de los aspectos matemáticos, históricos y didácticos de la función a partir de sus representaciones: verbal, escrito, tabular, gráfico y simbólico, de esta manera se buscara que el saber puesto en juego en el aula sea más cercano a los estudiantes, lo que les facilitara hacerse cargo de la situación fundamental que se les planteará, la cual será hilo conductor de la propuesta.

- Dentro de esta propuesta se hizo necesario establecer y acordar aspectos propios del lenguaje matemático propio de los poliedros regulares.
- Las características y propiedades que pertenecen o están inmersas en los poliedros regulares.

✓ **2.4.2 Contrato didáctico.** Es un conjunto de reglas con frecuencia no enunciadas explícitamente- y la estrategia de la situación didáctica que organizan las



relaciones entre el contenido enseñado, los estudiantes y el profesor dentro de la clase de matemáticas (Brousseau, 1986). El contrato didáctico no es un contrato pedagógico general; depende estrechamente de los conocimientos puestos en juego. De esta manera el contrato didáctico que se llevara a cabo en el aula, será una propuesta inicial por el profesor y de la cual los estudiantes opinaran, en cuanto a las reglas de comportamiento.

Dentro de los aspectos importantes del contrato didáctico, se tendrán en cuenta aquellas responsabilidades y deberes que cada integrante o protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje debe tener a su cargo, siendo estas normas las que ayudan a lograr los objetivos trazados, de tal manera que las relaciones en el aula se irán mediando y regulando por medio de un contrato didáctico, que debe ser cumplido por el profesor, el saber a enseñar, y por el estudiante.

**2.4.3 Variables didácticas.** A partir de la puesta en escena de la situación fundamental y en cada una de las actividades se mostrará un cambio, anexo o consignas a la situación problema inicial o anterior, de tal manera que el estudiante tendrá que enfrentarse a estos cambios, de cual parte el cambio de estrategia de solución que se tenía inicialmente, puesto que el estudiante, compara o utiliza su propuesta de solución y se dará cuenta que falta algo para lograr solucionar la situación, puesto que la situación les informará sobre ello, de esta forma se buscará la construcción de la estrategia óptima para resolver la situación fundamental o situación problema para el estudiante, lo que implica notoriamente el cambio de conocimiento a partir de los recursos utilizados en la estrategia. Finalmente es vital el manejo que se le den a las variables didácticas, ya que son el medio para lograr el cambio de estrategia del estudiante y por ende del conocimiento.

Un último elemento importante para mencionar se relaciona con los tipos de tarea que se seleccionan para los estudiantes, tal como lo menciona (Lupiañez, 2009) En la actualidad, el análisis de instrucción está siendo objeto de estudio y diseño (Marín, 2009), a partir de los trabajos de Rico (1997d), Marín (2005) y Gómez (2007), entre otros. El análisis de instrucción se centra, en el diseño, selección y secuenciación de las tareas que conformarán la unidad didáctica que se está planificando.

En ese sentido, (Lupiañez, 2009) define las tareas como demandas que un profesor plantea a los escolares, que movilizan el conocimiento de éstos sobre un tema matemático determinado, y que concretan los objetivos específicos de este tema matemático en términos de actuaciones. Las tareas implican que un escolar ponga de manifiesto su actitud e interés hacia la propuesta de trabajo y que explicita su conocimiento de unos conceptos y procedimientos determinados y el dominio de determinadas capacidades.

***Indicadores para los grados de complejidad de las tareas (Lupiañez, 2005)***

<b>Reproducción</b>	<b>Conexión</b>	<b>Reflexión</b>
Contextos familiares Conocimientos ya practicados	Contextos menos familiares Interpretar y explicar	Tareas que requieren comprensión y reflexión Creatividad
Aplicación de algoritmos estándar	Manejar y relacionar diferentes sistemas de representación	Ejemplificación y uso de conceptos
Realización de operaciones sencillas Uso de fórmulas elementales.	Seleccionar y usar estrategias de resolución de problemas no rutinarios	Relacionar conocimientos para resolver problemas complejos Generalizar y justificar resultados obtenidos

En esta secuencia didáctica podemos ver algunos ejemplos puntuales trabajados dentro de la secuencia didáctica

## Reproducción

### EJERCICIOS

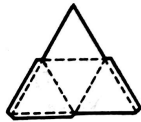
A.

1. Cítense tres poliedros regulares cuyas caras sean triángulos equiláteros.
2. ¿Qué poliedro regular tiene 20 caras?
3. ¿Por qué un hexágono regular *no puede ser* la cara de un poliedro regular?
4. ¿Por qué *no puede haber seis* caras en un vértice de un poliedro regular?
5. ¿Qué poliedro regular es una pirámide?
6. ¿Qué poliedro regular es un prisma?

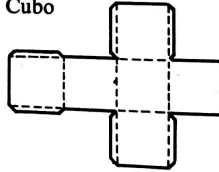
B.

Empléese cartulina para construir un modelo de cada poliedro regular. Los modelos que se muestran a continuación deben ampliarse. Córtese por las líneas continuas y dóblese por las de puntos.

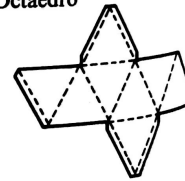
7. Tetraedro



8. Cubo

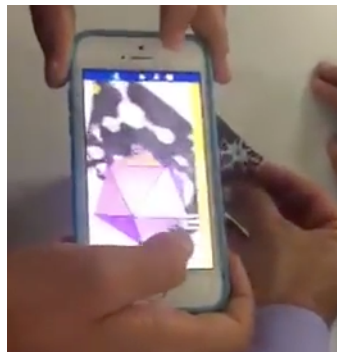


9. Octaedro



En esta sección cada uno de los estudiantes debe contestar puntualmente asociado a niveles de conocimiento declarativo y procedimental.

## Conexión

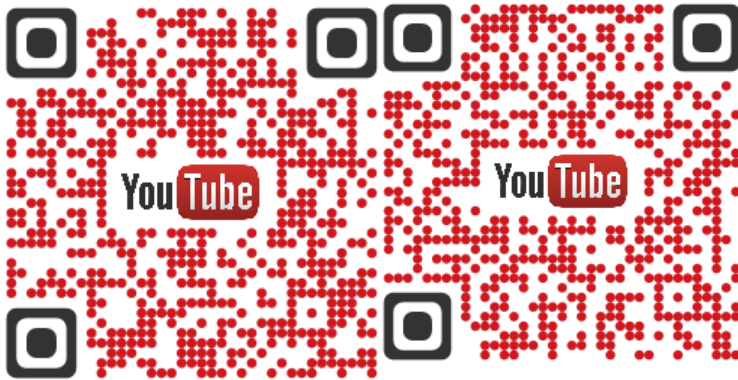


Dentro de acciones que el estudiante debe hacer en esta actividad se encuentra:

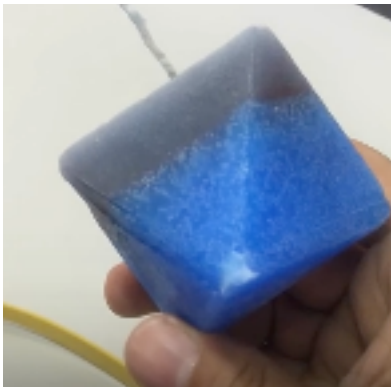
1. Tránsito entre desarrollo plano y el tridimensional.

2. Uso de la realidad aumentada para la caracterización de objetos tridimensionales y bidimensionales.
3. Caracterizar objetos a partir de propiedades y atributos.

### Reflexión



<https://www.youtube.com/watch?v=vcWn0aY1I1s>



Para el desarrollo de esta actividad los estudiantes tuvieron que:

1. Seleccionar el poliedro regular que iban a construir, esto implica tener muy presente cada una de las características que compone este objeto geométrico.
2. Ser creativos en la elaboración de su proyecto de síntesis enfocado en la construcción de velas en forma e poliedros regulares.

3. Uso de conceptos aplicados durante la implementación de la unidad didáctica para establecer las características, propiedades de poliedros regulares y la relación presente entre vértices y aristas.

## 2.5 ELEMENTOS PARA EVALUAR LA SECUENCIA

La secuencia de actividades va referida a trabajar procesos de simulación y caracterización en función de potenciar habilidades de razonamiento geométrico. Inicialmente se llevará a cabo desde un trabajo constructivo por parte de los estudiantes a partir de situaciones que especifiquen relaciones y con las cuales ellos mismos plantearán estrategias de solución; para luego complejizarlas y de cierta manera formalizarlas en el lenguaje matemático como los son el tratamiento y la conversión desde registros de representación.

En ese sentido se evalúa en esta propuesta los siguientes aspectos

- Diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el postest.
- Diferencias entre habilidades de razonamiento geométrico entre el pretest y el postest.
- Habilidades TIC frente a la selección de la información.

## CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA

### 3.1 Introducción

La propuesta se fundamenta en un enfoque de tipo cualitativo tipo investigación acción El proceso de investigación–acción constituye un proceso continuo, una

espiral, donde se dan los momentos de problematización, diagnóstico, diseño de una propuesta de cambio, aplicación de la propuesta y evaluación, para luego reiniciar un nuevo circuito partiendo de una nueva problematización." (Gallardo, 2007).

Una de las ventajas de la investigación-acción cabalmente asumida es que permite ver la realidad educativa en su totalidad, dentro de un medio histórico social más amplio, es decir, se analizan de manera crítica las interrelaciones del entorno y la totalidad en la cual está sumergido. Esta ventaja es esencial para transformar de raíz lo que queremos que cambie. Y actualmente puede notarse una clara motivación por el cambio, ya que la realidad educativa es por definición dinámica, activa e intencional. Algunos de estos cambios pueden traducirse en crear nuevos contextos de aprendizaje profesional que posibiliten al profesor generar entornos que faciliten el aprendizaje en sus alumnos. (Gallardo, 2007).

### 3.2 Contexto de la investigación

La propuesta se enmarca en el desarrollo de la unidad didáctica correspondiente al segundo trimestre del año escolar en la institución educativa Gimnasio Los Andes (Mayo a Agosto de 2015), las unidades didácticas se enmarcan en la planeación escolar anual. Cada una de estas (tres en total) debe diseñarse e implementarse en cada uno de los periodos establecidos.

Dentro de las unidades didácticas construidas para grado sexto, se implementará una propuesta enfocada en la simulación y caracterización de poliedros regulares en función de potenciar habilidades de razonamiento.

### 3.3 Participantes

La investigación se realizará con estudiantes de grado sexto A del Gimnasio Los Andes. El grupo está conformado por 25 estudiantes, ubicado en el noroccidente de la ciudad, en la localidad de Suba, que atiende a una población de los estratos 4, 5 y 6 de Bogotá. Cuenta con la básica primaria, la básica secundaria y media. Con el fin de caracterizar la población de manera concreta, los datos que se presentan a continuación, son tomados del Manual de Calidad de la institución actualizado en el 2014.

Es de mencionar que los estudiantes fueron elegidos por un tipo de muestreo aleatorio simple. El procedimiento empleado fue el siguiente:

- 1) Se asigna un número a cada uno de los grados
- 2) A través de la página <https://www.sortea2.com/> se eligió el grado en el que se realizaría la intervención.

Respecto del nivel de escolaridad de los padres de la comunidad Gimandina se tiene que: el 100% de los padres son bachilleres; el 94%, son profesionales en distintos saberes y el 40% tiene posgrado. Entre las ocupaciones que poseen los padres y madres de familia, están: ingenieros 20%, administradores de empresas 13%, abogados 5%, contadores 5%, economistas 4% psicólogos 3%, odontólogos 3% arquitectos 2%, diseñadores 2%, médicos 2%, docentes 2%, publicistas 2%, comercio internacional 2%, comunicadores sociales 2%, pilotos 1%, optómetras 1%, trabajadores sociales 1%, terapeuta ocupacional 1%, otros oficios 22% y no responde 9%.



### 3.4 Estrategias de recolección de datos y su relación con las preguntas de investigación.

Para el desarrollo de esta propuesta se pretende adaptar diferentes estrategias para la recolección de datos, se utilizarán encuestas para la caracterización de la población, así como información que posee la institución sobre el perfil del estudiante a partir de su sistema de gestión de calidad. De igual forma se utilizará la plataforma Learning catalytics con el propósito de recolectar información dentro de cada una de las sesiones (preguntas cerradas tipo clickers).

#### Primera pregunta de investigación

- ¿Cómo diseñar e implementar una propuesta didáctica tomando como referencia el objeto matemático poliedros regulares para los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gimnasio Los Andes que fortalezca procesos visualización y análisis apoyado con recursos TIC orientados a la realidad aumentada?

Esta primera pregunta de investigación implicó tener en cuenta diferentes aspectos en relación con los antecedentes y diferentes propuestas que involucraran el uso de la realidad aumentada en contextos educativos. Se encontró que en Colombia son muy pocos los trabajos relacionados con este tipo de tecnologías y a su vez son muy escasas las investigaciones vinculadas con este tipo de propuestas, se realizó una búsqueda de unidades didácticas que potenciaran habilidades de razonamiento geométrico y cómo desde un proceso de ingeniería didáctica se complementa este trabajo con la teoría de las situaciones didácticas.

Construir una unidad diáctica dentro del marco del Gimnasio Los Andes implicó de la misma manera adaptar algunos elementos del marco de enseñanza para la comprensión (EpC).

- Etapa Exploratoria (Marco Epc): Actividad diagnóstico (Teoría de las situaciones Brousseau).
- Investigación Guiada(Marco Epc): Secuencia didáctica (Teoría de las situaciones Brousseau).
- Proyecto de síntesis (Marco Epc): Actividades de institucionalización (Teoría de las situaciones Brousseau).
- Protocolos y rutinas de aprendizaje (Marco Epc).
- Formato de guía de desarrollo de clase (Sistema de Gestión de calidad Gimnasio Los Andes).

## Segunda pregunta de investigación

- ¿Qué tan efectiva fue implementación de la propuesta didáctica apoyada por recursos TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje del razonamiento espacial de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Gimnasio Los Andes?

Hablar de la efectividad de la implementación me lleva a discutir sobre aspectos relacionados con la evaluación inicial y final (pre-test y post-test), los instrumentos implementados indagaron sobre el nivel de comprensión y desempeños de comprensión que tienen o tenían los estudiantes con respecto al objeto matemático poliedros regulares, a partir de allí se tomaron decisiones en cada una de las fases del diseño instruccional o técnica didáctica en beneficio de la comprensión de dicho objeto matemático.

Se realizaron preguntas específicas y orientadoras las cuales permitieron que la comprensión en relación al objeto matemático estuviera enfocada en la comprensión, el eje central en la secuencia didáctica fueron los distintos tipos de tarea, entendiendo tarea desde la postura de Lupiañez (2014) abordada desde la reproducción la conexión y la reflexión.

Además, contaremos con diario del alumno, diario del profesor y la observación (desde cinco aspectos (a) Lo planeado y realizado. (b) Lo planificado y no realizado, (c) Lo no planificado y realizado. (d) Las modificaciones de la secuencia para sesiones siguientes. (e) Las modificaciones en la secuencia a *posteriori*.

### Tercera pregunta de investigación

- ¿Cómo Implementar una propuesta didáctica, que potencie los procesos de enseñanza aprendizaje en función de la caracterización y atributos de objetos tridimensionales, aplicando un diseño instruccional basado en el modelo ADDIE, la teoría de las situaciones didácticas y el modelo Van Hiele?

Para esta propuesta se buscó relacionar el diseño instruccional ADDIE, la teoría de situaciones didácticas de Brousseau y el modelo de razonamiento geométrico Van Hiele. El diseño instruccional ADDIE fue utilizado como estrategia que permite como lo menciona Bruner (1969) ocuparse de la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje. La teoría de situaciones didácticas como lo menciona (Brousseau, 1998) “El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.” Y el modelo de razonamiento geométrico Van hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior. El modelo de Van Hiele también indica la manera de apoyar a los estudiantes a mejorar la calidad de su razonamiento, pues proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así

ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro.

La elección de utilizar el diseño instruccional ADDIE, permitirá tomar decisiones en cada una de las fases e ir planeando sistemáticamente cada uno de los niveles del proceso, la evaluación como mecanismo regulador de cada uno de los momentos permitirá tomar decisiones importantes en función de los procesos de enseñanza aprendizaje. De acuerdo a Gustafson y Branch (1997), este modelo generalmente es utilizado como herramienta de planeación en el currículum; y contempla, con marcado énfasis, la evaluación continua y final. Incluye también la consideración de actividades en el contexto de metas, prioridades y limitaciones.

### 3.5 Instrumentos de recolección de datos utilizados en el estudio

Para el presente estudio se utilizaron los siguientes instrumentos de recolección de la información. A continuación, se detalla la intencionalidad de cada uno de ellos.

#### 3.5.1 Diario del profesor

El diario de campo se encuentra dirigido a la recopilación de datos, realizando una descripción detallada de los acontecimientos, así se facilitará mi análisis posterior en el ámbito escolar y su relación con el ámbito investigativo. En ese sentido, el diario de campo lo utilizaré para llevar registro de la práctica del docente en el aula de clase, además es importante aclarar que se desarrollan dos estilos de registro: el directo, donde registraré algunos diálogos y acciones de tipo docente; y el indirecto, donde se va explicando en forma de narración lo que observé.

A continuación, se muestra la guía propuesta por Cano (1998), citada en la antología: métodos cuantitativos aplicados, para llevar a cabo un buen registro de la información en el diario de campo:

1. Registrar los actores que se van a observar, lo que dicen, su manera de expresarse, sus actitudes.
2. Identificar las actividades: los tipos de actividades, las secuencias, los materiales.
3. Reconocer las interacciones: la manera de relacionarse con sus estudiantes, pares y directivos.
4. Identificar la organización del espacio y tiempo: disposición del espacio, cortes de tiempo con hora de inicio y término de las actividades o acontecimientos relevantes.

### 3.5.2 Encuesta escrita de entrada

Este instrumento permite establecer diferentes informaciones en relación a los siguientes aspectos:

- a. Preguntas orientadas a identificar el perfil del estudiante.
- b. Preguntas orientadas a identificar los hábitos de estudio que tienen los estudiantes.
- c. Preguntas orientadas al uso de herramientas tecnológicas por parte de los estudiantes.

### 3.5.3 Entrevista a estudiantes

La entrevista la utilizaré ya que es una técnica de recopilación de datos, el objetivo será el de obtener información adicional que en con métodos de observación no se logre evidenciar, Siguiendo con este orden de ideas, la entrevista presenta diferentes modalidades de desarrollo, que van desde una conversación libre, hasta una rigurosa interrogación estandarizada; sin embargo, cualquier modalidad requiere de un bosquejo, por medio del cual se oriente la conversación (Ander - Egg, 1995). La entrevista se aplicará según la necesidad que vaya desencadenando la propuesta, ya que puede ser de manera intencionada a un estudiante específico o simplemente se elija un estudiante de manera aleatoria.

Además de lo anterior realizaré entrevistas de tipos semiestructurada las cuales me permitirán establecer el cambio en las concepciones de los estudiantes del grado sexto A luego de realizar el proceso de intervención

### 3.5.4 Prueba de entrada pre-test y de salida post-test

Este tipo de instrumentos estandarizados permitirán establecer los niveles de comprensión de los estudiantes en un momento inicial (entrada) y otro momento de salida con respecto al objeto matemático poliedros regulares. Cada uno de estos instrumentos cumplirán con criterios de confiabilidad, objetividad y validez con el propósito de obtener una prueba que cumpla con las garantías del proceso.

### **3.6 Estrategia Metodológica y plan de análisis del proyecto.**

La investigación está enmarcada en un enfoque de tipo cualitativo, Los métodos cualitativos estudian significados intersubjetivos, situados y contruidos; eligen la entrevista abierta y la observación directa; estudian la vida social en su propio marco natural sin distorsionarla ni someterla a controles experimentales; y eligen la descripción espesa y los conceptos comprensivos del lenguaje simbólico” (Ruiz, 1996, p. 26).

Las estrategias de trabajo específico se desarrollaran en las siguientes fases:

**FASE 1: Selección de caso:** La propuesta según los objetivos trazados, se trabajará con los estudiantes de grado Sexto A del Gimnasio Los Andes; la población que suple las necesidades fijadas son un grupo de 25 estudiantes con edades entre los 10 y 12 años.

**FASE 2: Elaboración de categorías e instrumentos para la observación:**

Conceptualización y delimitación de aquellos aspectos que permitirán el buen desarrollo de la investigación, diseño, e implementación de las actividades e instrumentos de trabajo apoyados en los requerimientos de la unidad didáctica.

**FASE 3: Seguimiento del caso:** Trabajo de campo (implementación de

actividades, recolección de datos y uso de herramientas cualitativas y cuantitativas).

**FASE 4: Análisis de resultados:** Agrupación y análisis de los resultados teniendo en cuenta las categorías establecidas.



**Conclusiones:** Elaboración de análisis teniendo en cuenta el cumplimiento de los objetivos planteados en la propuesta de tesis.

En este apartado se aborda un elemento fundamental para el desarrollo de la investigación, específicamente para la metodología, con el cual se encuentran los elementos que aportan a la reflexión y análisis del proceso y de la propuesta durante toda la investigación. Según Latorre (2007) la investigación - acción surge como respuesta a las inquietudes sobre el papel de la escuela y los modelos de aprendizaje centrado en el profesor y en la repetición de contenidos. El profesor tiene la oportunidad de ser investigador y en este nuevo rol dentro del aula se busca una mejora sustancial de la práctica educativa. Esta oportunidad de reflexión ha permitido que el término investigación-acción se vuelva amplio y cubija diferentes prácticas, actividades y experiencias que se van dando en el aula de clase.

#### 3.7.1 ESTRATEGIAS UTILIZADA PARA MAXIMIZAR LA VALIDEZ DEL ESTUDIO

Se utilizará la estrategia de triangulación obteniendo de diferentes fuentes la misma información, en ese sentido se cruzaran instrumentos que se utilizarán como las entrevistas, pruebas pre-test – post-test, encuestas y análisis de conversaciones realizadas.

#### 3.7.2 ESTRATEGIAS UTILIZADA PARA MAXIMIZAR LA VALIDEZ DEL ESTUDIO

Para el desarrollo de esta propuesta se utilizarán estrategias que conserven todos los principios éticos, de igual forma se respetará la confidencialidad de la información para cada uno de los casos trabajados en el transcurso de la propuesta. De igual forma se realizará un análisis cuantitativo del pre-test y post-test identificando si se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el post-test.



### 3.7.2 Consentimientos informados

Se utilizó el consentimiento informado para el desarrollo de toda la propuesta de intervención con los estudiantes de grado sexto A del colegio Gimnasio Los Andes. Como los estudiantes son menores de edad, se les enviará a cada uno de sus acudientes dichos consentimientos. (Ver anexos)

### 3.7.3 CONFIDENCIALIDAD Y RESPONSABILIDAD CON LA INFORMACIÓN COMPARTIDA

Cada uno de los hallazgos que se encuentren dentro del desarrollo de la propuesta se utilizará con fines educativos y con el propósito de tomar decisiones en función de los procesos de enseñanza aprendizaje. Las entrevistas se toman con seriedad y son enfocadas netamente con fines educativos con el objetivo de mejorar mi práctica docente.

## 4. RESULTADOS

### **Discusión**

- Presentar las interpretaciones de los resultados del estudio y relación con las preguntas de investigación y con el marco conceptual.
- Presentar las conclusiones del estudio.
- Describir las posibles limitaciones del estudio y la manera como se abordaron.
- Presentar las implicaciones de los resultados del estudio.
- Direcciones hacia el futuro.

### ***EVALUACIÓN INICIAL Y FINAL***

El análisis del pre-test y post-test se analizó desde dos perspectivas distintas, la primera desde un aspecto cuantitativo y a partir de allí se analizaron aspectos de tipo cuantitativo.

Cada una de las pruebas implementadas contó con criterios de confiabilidad, validez y objetividad. Estas pruebas fueron seleccionadas con el propósito de establecer el nivel de razonamiento geométrico según el modelo Van Hiele de los estudiantes de grado 6<sup>a</sup> del Gimnasio Los Andes durante el año 2016. El propósito fue establecer si existieron variaciones estadísticamente significativas entre el pre-test y el post-test. A cada uno de los resultados se le realizaron pruebas de normalidad, alfa de Cronbach, y Anova de medidas repetidas.

En nueve (9) de los treinta y siete (37) items trabajados con los estudiantes se presentaron variaciones estadísticamente significativas que se pueden dividir en dos grupos. El primer grupo con las preguntas 13,14,15,16,21,33 y el segundo con las preguntas 4,33 y 34.

El primer grupo de preguntas se enmarcan en la Identificación e implicaciones entre propiedades (ya sean entre rectas, figuras 2D o 3D).

El segundo grupo se enmarca en la caracterización de un objeto (1D, 2D O 3D) a partir de su visualización.

Es de mencionar que los ítems 2,3,8,9,12,18,25 y 26 corresponden exclusivamente a preguntas correspondientes al nivel 0 del modelo Van Hiele, por lo que no se esperaban variaciones estadísticamente significativas, para estos ítems todos los estudiantes. Estadísticamente tanto en el pre-test como en el post-test no se evidenciaron variaciones estadísticamente significativas.

Este análisis de resultados se enfocará en dar respuestas a cada una de las preguntas de investigación planteadas en el documento. En ese sentido

***Con respecto a la primera pregunta (1).***

Se implementó una propuesta didáctica enfocada en poliedros regulares y sólidos platónicos con un marcado uso de la realidad aumentada. Esto permitió potenciar proceso de visualización en el estudiante, llevar a los estudiantes a escenarios desconocidos, a la acción física y reducción de la obesidad.

La realidad aumentada permitió enlazar el mundo real con objetos virtuales de aprendizaje, esto permite a cada estudiante potenciar el aprendizaje mediante el vínculo estrecho con el mundo real. Como lo menciona cabezas 2014 la Realidad Aumentada permite combinar elementos del ámbito real con los diferentes elementos de la virtualidad y las aplicaciones que se han creado, con el fin de crear nuevas experiencias y nuevas maneras de aprendizaje para las personas.

Por otro lado, otra de las ventajas que la realidad aumentada le está entregando a la educación, es la oportunidad de que los estudiantes se involucren más en sus

asuntos educativos. Pues la oportunidad de ver de una manera diferente los contenidos, aumenta la motivación de ellos a continuar con sus estudios.

Como lo mencionan los creadores de Geometry Arllon (2015) esta app permite estudiar geometría observando cada cuerpo geométrico desde todas sus perspectivas, desplegándolo y descubriendo cómo descomponer sus caras en figuras planas (desarrollo plano). Y es que recurre a la Realidad Aumentada para manipular los poliedros de forma natural, mejorando la visión espacial. Esta aplicación combina los contenidos conceptuales (definiciones y características) con los procedimentales (aplicación de fórmulas y cálculo) mediante distintos modos de ejercicios: adivinar el poliedro a partir de unas pistas, comparar características de distintos poliedros, ejercicios de verdadero-falso o cálculo de áreas y volúmenes.

### ***Con respecto a la pregunta 2***

Para evaluar el impacto se formularon indicadores de desempeño los cuales fueron identificados posterior a la implementación de la unidad didáctica y comparados con los desempeños en el pretest.

#### ***Para el nivel 0***

- Identifica “figuras geométricas”
- Señala ángulos, rectángulos y triángulos en diferentes posiciones
- Señala figuras, ángulos, paralelas, en determinadas construcciones.
- Realiza figuras con instrumentos: puntos, rectángulos, paralelas, objetos tridimensionales etc.
- Señala los ángulos como “esquinas” o los marca en figuras u objetos.
- Señala propiedades de figuras planas
- Utiliza el método de ensayo-error.

- Utiliza métodos convencionales para establecer el área y perímetros de objetos geométricos.

- Señala y mide los lados de un polígono.

Y para el nivel 1 alcanzado

- Señala que el número de lados y el número de ángulos que compone una figura plana.
- Comprueba que “en un paralelogramo los lados opuestos son paralelos”.
- Señala las semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo.
- A partir de diferentes métodos puede descubrir la suma de los ángulos interiores de un triángulo da como resultado 180 grados.
- Puede calcular el áreas de figuras planas
- Dan información basada en propiedades para dibujar un objeto geométrico.
- Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras
- Identifica propiedades en paralelogramos pero “no identifica el conjunto de propiedades necesarias para definirlo”.

Tomando como base la evaluación de impacto, diferentes autores han realizado estudios de este proceso de valoración, como es el caso de Díaz-Albertini, J desde 1991al 1995; Vanklay, F. en el 2004; Briones, G. en 1991; Camacho, K. en el2001, Dr.C. Añorga en el año 2000 y que continúa trabajando el tema, el Dr.C. Valcárcel, también en el 2000; González, 2002; Escudero, 2003; Valdés, 2004, y otro grupo de investigadores que se han sumado a la idea de estos autores para desarrollar sus tesis de maestría y doctorado, la Dr. C. Añorga asegura que: “La evaluación del impacto analiza

los cambios y trascendencias que pueden ser atribuidos a la inserción de un programa educativo en los sujetos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.”

***¿Cómo han cambiado las habilidades matemáticas de los niños a causa de la implementación de la secuencia didáctica?***

Criterios:

Diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el post-test.

Tal como se mencionó anteriormente, existieron diferencias estadísticamente significativas con respecto a:

- La Identificación e implicaciones entre propiedades (ya sean entre rectas, figuras 2D o 3D).
- La caracterización de un objeto (1D, 2D O 3D) a partir de su visualización.

Como material complementario ver anexo, análisis pretest-postest.

***Con respecto a la pregunta tres (3).***

En relación al diseño y la implementación se tuvo en cuenta 3 aspectos importantes-

El primero la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, el segundo el modelo ADDIE, y el tercero las pautas en el modelo de instrucción en el modelo Van Hiele (Información, Orientación dirigida, explicitación, Orientación libre e Integración).

Esta conjunción permitió que la secuencia didáctica fuese más efectiva debido a que se hace necesario tener en cuenta cada uno de estos aspectos para ir de una actividad de aprendizaje a otra.



Para dar una idea de cómo se trabajó de manera integrada estos tres aspectos se tomó como base el diseño instruccional ADDIE, allí se formuló la pregunta ¿Cómo los estudiantes de grado 6<sup>a</sup> del Gimnasio los Andes construyen y aprenden sobre el objeto matemático Poliedros regulares y sólidos platónicos? “Análisis”. El paso inicial consistió en analizar los estudiantes, el contenido y el entorno cuyo resultado será la descripción del estado actual de los estudiantes y sus necesidades formativas y cognitivas.

Luego para el diseño se propuso utilizar una teoría de enseñanza “la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau” como fuente que permite construir una secuencia didáctica.

Para la fase de desarrollo se enfocó en la construcción real (producción) de los contenidos y materiales de aprendizaje basados en la fase de diseño, acá surge la realidad aumentada, learning catalytics y otros objetos virtuales de aprendizaje presentes en el curso B-Learning.

En la fase de implementación se ejecutó y se puso en práctica el diseño, en este punto y dentro de cada una de las actividades de aprendizaje implementadas se vincularon las fases del modelo Van Hiele (Información, Orientación dirigida, explicitación, Orientación libre e Integración). Esto permitió un control sobre los aprendizajes que iban construyendo cada uno de los estudiantes en función de la secuencia didáctica

En la última se lleva a cabo la evaluación formativa de cada una de las etapas del proceso ADDIE y la evaluación sumativa a través de pruebas específicas para

analizar los resultados de la acción formativa. Esto se realizó a partir de las preguntas que se les planteaba a los estudiantes en cada una de las sesiones de clase.

La realidad aumentada dentro de este proceso toma un carácter protagónico en el proceso de implementación debido a que en el diagnóstico (pre-test) los estudiantes quedaron clasificados en el nivel 0 del modelo Van Hiele (visualización). En ese sentido las actividades de aprendizaje debían estar enfocadas en potenciar dichos procesos de visualización y reconocimiento para poder llegar a una fase de análisis. Aquí la realidad aumentada permitió que los estudiantes se desprendieran de los tres aspectos fundamentales propios de dicho nivel

- 1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
- 2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
- 3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

Es así como el trabajo debía centrarse como lo menciona (Fouz, 2000) en los elementos explícitos (figuras y objetos) y los elementos implícitos (Partes y propiedades de las figuras y objetos).

## **CONCLUSIONES**

- La realidad aumentada potencia habilidades de razonamiento geométrico dentro del proceso de visualización y en el desarrollo plano de objetos tridimensionales.
- Construir la propuesta didáctica a partir del diseño instruccional ADDIE, la teoría de las situaciones didácticas y el modelo Van Hiele, permitió articular el ambiente de aprendizaje, la secuencia didáctica y las consideraciones sobre los niveles de desempeño alrededor de las habilidades de razonamiento geométrico.
- Abordar lo unidimensional, lo bidimensional y lo tridimensional de manera simultánea alrededor del objeto matemático poliedros regulares fue clave en el desarrollo de habilidades de razonamiento geométrico y el establecimiento de atributos y propiedades.

### ***Limitaciones de estudio***

Como había mencionado anteriormente dentro de las limitaciones encontradas, esta propuesta depende en primera medida de la accesibilidad, usabilidad y navegabilidad de la plataforma learning catalytics. Entendiendo y explicado de la siguiente manera como lo menciona (Otero, 2015):

- La accesibilidad de una página web se refiere a la posibilidad de acceso a la misma para todas las personas, con independencia de sus características físicas individuales o las características del contexto de uso (tecnologías

disponibles) en dos sesiones de clase tuvimos inconvenientes de tipo técnico con el acceso a dicha plataforma.

### ***Implicaciones de los resultados del estudio.***

Los resultados invitaron a la reflexión pedagógica de cada una de las consideraciones que deben tenerse en cuenta en el momento de esta propuesta. Desde la implementación TIC, la técnica didáctica, las consideraciones de ingeniería didáctica, la elección del modelo Van hiele para la regulación de habilidades de razonamiento geométrico, el pretest y el postest más su análisis a partir de un anova de medidas repetidas.

Cada uno de estas consideraciones fueron fundamentales para identificar el nivel de desempeño de los estudiantes, a partir de allí, se construyeron actividades de aprendizaje que potenciaran estas habilidades de razonamiento geométrico.

Por último, integrar en la propuesta algunos elementos del marco de enseñanza para la comprensión fue interesante (Tipos de tarea, taxonomía de Webb para el nivel de profundidad del conocimiento, guía de desarrollo de clases, etapa exploratoria, investigación guiada y proyecto de Síntesis).

### ***Direcciones hacia el futuro***

Las líneas de investigación son bastante amplias, las TAC y TEP se abren paso para nuevas investigaciones para la enseñanza de objetos matemáticos. Como lo menciona (Recuero, 2013) Las TAC son las “Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento”, concepto creado por Vivancos (2009), para explicar las nuevas posibilidades que las tecnologías abren a la educación, cuando éstas dejan de usarse como un elemento meramente instrumental cuyo objeto es hacer más eficiente el modelo educativo actual. Su nueva función pasa a ser posibilitar que “el contexto sociotecnológico genere un nuevo modelo de escuela que responda a las necesidades formativas de los ciudadanos”.(Castañeda, Adell, “La anatomía de los entornos personales de aprendizaje”).

Por último como lo menciona (Recuero, 2013), los TEP, “Tecnologías para el Empoderamiento y la Participación”, cobra sentido con la Web 2.0, donde los usuarios pueden interactuar y colaborar entre sí como creadores de contenido generado por usuarios en una comunidad virtual, a diferencia de sitios web estáticos donde los usuarios se limitan a la observación pasiva de contenidos que se han creado para ellos, propios de la Web 1.0.

En ese sentido, las nuevas propuestas de aula deben estar en esta vía, los estudiantes deben potenciar y ser constructores de su propio conocimiento principalmente orientadas a las TEP.

Otra de las direcciones futuras está presente en la realidad virtual y la realidad aumentada, este tipo de tecnologías ya explicadas anteriormente, generan activación cognitiva por asombro en los estudiantes.

Plataformas virtuales de aprendizaje como Learning catalytics la cual potencia el aprendizaje de manera sincrónica. Este tipo de plataformas permite a los docentes plantearle a los estudiante preguntas en línea de todo tipo, selección múltiple, preguntas abiertas, cerradas, gráficas, entre otras. El alumno contesta la pregunta, ya sea de forma individual o en forma grupal, y el profesor obtiene en tiempo real los resultados.

## Referencias

McGriff, S. J. (2000). College of Education, Penn State University 09/2000. *Instructional Systems*, 1.

Guillen Soler, G. (1997). Poliedros. En G. Guillen Soler, *Poliedros* (pág. 11). Madrid: Síntesis.

Mora Gaviria, S. M. (Agosto de 2012). *Universidad Tecnológica de Pereira*. Obtenido de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/3159/1/37276M827.pdf>

D Amore, B. (2013). Semiótica en la Didáctica de las Matemáticas. En B. D Amore, *Semiótica en la Didáctica de las Matemáticas* (págs. 160-162). Barcelona: Magisterio.

Fagundes, L. d. (Agosto de 2009). *Las condiciones de la innovación para la incorporación de las TIC en la educación*. Obtenido de Metas Educativas 2021: [http://www.oei.es/publicaciones/detalle\\_publicacion.php?id=10](http://www.oei.es/publicaciones/detalle_publicacion.php?id=10)

- Edmetic. (2005). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *Revista de Educación Mediática y TIC*, 129.
- ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICO. (Octubre de 2003). <http://www.oecd.org/>. Obtenido de <http://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>
- Cruz Pichardo, I. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *Revista de Educación Mediática y TIC*, 4.
- X., B. (Agosto de 2013). *Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao*. Obtenido de Una tecnología emergente : [http://www.anobium.es/docs/gc\\_fichas/doc/6CFJNSalrt.pdf](http://www.anobium.es/docs/gc_fichas/doc/6CFJNSalrt.pdf)
- Brouseau, G. (1998). <http://www.buenosaires.gob.ar/>. Obtenido de <http://www.buenosaires.gob.ar/>
- Belloch, C. (Agosto de 2012). *Diseño Instruccional*. Obtenido de <http://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA4.pdf>
- Coll, C. (2010). *Educaciòn y psicología*. Obtenido de Uso situados de las TIC y mediación de las actividad conjunta en una secuencia instruccional de educación primaria: <http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/new/ContadorArticulo.php?420>
- NCTM. (2000). *Funes Uniandes*. Obtenido de Funes Uniandes: <http://funes.uniandes.edu.co/1757/1/2005MoralLupi.pdf>
- RAE. (2001). *DICCIONARIO DE LA LENGUA ESPAÑOLA*. Obtenido de RAE: <http://lema.rae.es/drae/?val=representaci%C3%B3n>
- Rojas, P. J. (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Digital Matemática*, 1.
- Goldin, & Janvier. (Noviembre de 1998). *Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación*. Obtenido de U.G.R: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf>
- Amore, D. (2004). *Universidad Pedagógica Nacional Colombia*. Obtenido de <http://www.pedagogica.edu.co/>: [http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted11\\_07arti.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted11_07arti.pdf)
- Panizza, M., & Drouhard, J.-P. (29 de Octubre de 2009). *Aspectos semióticos y lingüísticos en Didáctica de la Matemática*. Obtenido de <http://www.jornadasceyn2.fahce.unlp.edu.ar/actas/panizza>
- Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (1999). <http://www.ub.edu>. Obtenido de LAS ESTRATEGIAS Y TÉCNICAS DIDÁCTICAS EN EL REDISEÑO: <http://www.ub.edu/mercanti/abp.pdf>
- Gallardo, L. M. (Diciembre de 2007). Obtenido de LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN PARA LA INNOVACIÓN DEL QUEHACER EDUCATIVO:

[http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/publicaciones/inv\\_educativa/2007\\_n20/a04v11n20.pdf](http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/publicaciones/inv_educativa/2007_n20/a04v11n20.pdf)

- Ministerio de Educación Nacional . (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. En M. d. Nacional, *Lineamientos Curriculares en Matemáticas* (pág. 13). Bogotá.
- Godino, J. (Febrero de 2003). <http://www.matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>.  
Obtenido de <http://www.matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>  
<http://www.matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>
- FONT, V. (2009). ALGUNOS PUNTOS DE VISTA SOBRE LAS REPRESENTACIONES EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS. *REPRESENTATION IN MATHEMATICS EDUCATION*.
- MEN. (1998). *mineducacion.gov.co*. Obtenido de *mineducacion.gov.co*:  
<http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-80860.html>
- Galvis, Á. (2008). *Universidad de los Andes*. Obtenido de CRITERIOS Y ESCALA DE VALORACIÓN TIGRE:  
[http://moodle.usbcali.edu.co/pluginfile.php/71317/mod\\_resource/content/0/RubricaTIGRE.pdf](http://moodle.usbcali.edu.co/pluginfile.php/71317/mod_resource/content/0/RubricaTIGRE.pdf)
- D'Amore, B. (2013). La semiótica en la didáctica de las Matemáticas. Bogotá: Magisterio.
- Peña, A. M. (2010). *UNED*. Obtenido de ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA CON TIC EN: <http://espacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Educacion-Apena/Documento1.pdf>
- Carracedo, J. (2012). REALIDAD AUMENTADA. *Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*, 103.
- Izasa, M. (12 de AGOSTO de 2012). *PROPUESTA DIDÁCTICA SEGÚN VAN HIELE PARA EL DESARROLLO DE LA NOCIÓN DE ESPACIO*. Obtenido de <http://repositorio.utp.edu.co/>:  
<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/3174/37276176.pdf;jsessionid=52F1C997F105C33972B5D52F8756BDA3?sequence=1>
- Gonzato Margherita. (2010). NÚMEROS. *Revista de Didáctica de las matemáticas*, 99-117.
- Fouz, F. (agosto de 2000). *Telemática educativa cataluña*. Obtenido de Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría: <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/Pg-04-05-fouz.pdf>
- Duque Gómez , C. (2009). Geometría intuitiva desde el cuarto de baño. *NÚMEROS*, 89. Obtenido de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Experaula\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Experaula_01.pdf)
- Universidad de Valencia. (Julio de 2013). *Entornos virtuales de Formación*. Obtenido de <https://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA4.wiki?7>
- Corrales Salguero, A. R. (2009). LA PROGRAMACIÓN A MEDIO PLAZO DENTRO DEL TERCER NIVEL DE CONCRECIÓN: LAS UNIDADES DIDÁCTICAS. *EmásF*, 3-4.
- Diez Gutierrez, J. (Julio de 2012). *Universidad de León*. Obtenido de <http://educar.unileon.es/Didactic/UD.htm>



Vargas Vargas , G. (2013). THE VAN HIELE MODEL AND THE TEACHING OF THE GEOMETRY. *Uniciencia*, 75-76.

UNAM. (2014). *Técnicas didácticas centradas en el profesor*. Obtenido de <http://hadoc.azc.uam.mx/>: <http://hadoc.azc.uam.mx/tecnicas/expositiva.htm>

Otero, S. (Julio de 2015). *Competencias en TIC* . Obtenido de [https://www.educ.ar/dinamico/UnidadHtml\\_\\_get\\_\\_6ae5e608-9116-4e87-baad-9f7de3b3da60/pdf/arquitectura\\_web\\_4.pdf](https://www.educ.ar/dinamico/UnidadHtml__get__6ae5e608-9116-4e87-baad-9f7de3b3da60/pdf/arquitectura_web_4.pdf)

Cspedes de los Ríos, G. (2012). Realidad Aumentada como Herramienta en la enseñanza aprendizaje de Geometría Básica. *Panorama*, 57.

Secundaria, E. d. (2009). <http://funes.uniandes.edu.co/>. Obtenido de Funes Uniandes: <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf>