

LAS COMPETENCIAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DE VOLUMEN CON APOYO EN LAS WEBQUEST

Samantha Analuz Quiroz Rivera, María Dhelma Rendón, Ruth Rodríguez Gallegos
Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey Campus Monterrey
samanthaq_rivera@hotmail.com; maria.dhelma.rendon@itesm.mx; ruthrdz@itesm.mx

RESUMEN

El presente artículo presenta un estudio sobre el desarrollo de competencias de modelación matemática en el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado de educación primaria mediante la utilización de webquest como tecnología de apoyo. En este trabajo se parte de la base que la estrategia de modelación matemática ha demostrado en la revisión de la literatura múltiples ventajas en los contextos donde se ha desarrollado. Es por ello que a través de un enfoque cualitativo, la investigación tiene como objetivo identificar las competencias de modelación matemática que son desarrolladas por los alumnos de educación primaria, específicamente en el sexto grado. Se elige el cálculo de volumen de diversos prismas y se registra el proceso de aprendizaje que siguieron los alumnos. Por último, se incluyen los resultados del trabajo con el recurso educativo webquest, una tecnología de la información que recientemente ha tenido auge en el mundo educativo y que promueve un trabajo autónomo para la búsqueda y selección de información en páginas web.

PALABRAS CLAVE

Matemáticas, modelación, competencias, webquest, cálculo de volumen

INTRODUCCIÓN

En México la educación básica que comprende el nivel de preescolar, primaria y secundaria tiene el carácter de obligatoriedad, de acuerdo al artículo tercero constitucional. Recientemente la Secretaría de Educación Pública (SEP) ha prescrito la Reforma curricular que en educación primaria se empezó a establecer en el ciclo escolar 2009-2010 (SEP, 2009).

Dentro de los cambios realizados en el enfoque de las matemáticas, destaca el cambio de una metodología basada en la resolución de problemas a una basada en competencias. Sin embargo estas dos prácticas no están muy desvinculadas una de la otra ni resultan dicotómicas. Un punto importante y relevante en el aprendizaje del alumno es la gran cantidad de saberes que poseen antes de llegar al aula, es decir, que los alumnos han de traer consigo saberes que son producto de sus experiencias vitales: hoy los alumnos son sapientes (Ávila, 2001).

Actualmente existen diversos estudios e innovaciones en el campo de las estrategias didácticas de las matemáticas, uno de ellos, que ha acarreado numerosas investigaciones puesto que tiene su génesis en la relación entre los problemas que se enseñan en la escuela y el mundo real, es la modelación matemática. De acuerdo a Trigueros (2006) hablar de modelación en la enseñanza es referirse a proporcionar problemas que sean suficientemente abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego sus conocimientos previos y sus habilidades creativas, todo ello para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión en términos matemáticos y mediante la revisión, reflexión y aplicación de sus conocimientos y la comunicación de resultados.

Blomhoj (2004) define un modelo matemático como una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado y, por el otro, una situación de naturaleza no matemática, que se obtiene de la situación problemática basada en contextos reales. Para fines del presente trabajo, se define una competencia matemática como la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información como para ampliar el conocimiento y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana (Universidad del Gobierno Vasco, 2008). La definición de competencia de modelación matemática se refiere a la habilidad de identificar preguntas relevantes, variables, relaciones o suposiciones en una situación del mundo real dada, trasladar éstas a las matemáticas e interpretar y validar la solución del problema matemático en relación con una situación dada, así como la habilidad de analizar o comparar modelos dados mediante la investigación de las suposiciones hechas, revisando propiedades y ámbitos del modelo proporcionado (Niss y Blum, 2007).

Las competencias de modelación matemática que establece el Informe Programme for International Student Assessment (PISA) mostrado por el Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE, 2003) son: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.

Se reconoce que la incorporación de la tecnología en la educación es inminente e incuestionable. Se puede reconocer de acuerdo a Nó (2008) que los jóvenes poseen conocimientos y diversas destrezas en el uso de estas tecnologías que generaciones anteriores no soñaron con poseer. La sociedad ha evolucionado hacia la globalización, las personas y los países lejanos geográficamente han establecido brechas que permiten una comunicación sincrónica en espacios diferentes debido a la inserción de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

Dentro de las TIC que pueden utilizarse para fines didácticos las *webquest* tienen muchas características que abren posibilidades en el ámbito educativo. Cabero (2007) define este software como un tipo de unidad didáctica que plantea a los alumnos una tarea o resolución de un problema y un proceso de trabajo colaborativo, basado principalmente en recursos existentes en Internet. Se trata pues, de una actividad de búsqueda informativa guiada en la Red. Este mismo autor establece que la idea fue desarrollada en 1995 en la Universidad Estatal de San Diego y ha tenido gran impacto en América y Europa.

Esta metodología, de acuerdo con Hernández et al. (2010), aplica de manera racional las TIC en las aulas y se basa en los principios del aprendizaje cooperativo. Así, se propone un modelo de uso educativo de los recursos y de su integración en el aula, características por ser coherente, asequible, sencillo y rico con el que se busca rentabilizar el tiempo de los estudiantes centrándolos en el uso de la información más que en su búsqueda y con el que se pretende reformar los procesos intelectuales en los niveles de análisis, síntesis y evaluación. Es por ello que la *webquest* es considerada también un protocolo, dado que se estructura con unas partes fijas y unos convencionalismos, perfectamente reconocible e identificable por toda la comunidad de usuarios.

La presente investigación, basada en la tesis de Quiroz (2011), pretende estudiar la modelación matemática en un grupo de sexto grado de educación primaria con el trabajo del

cálculo de volumen de diversos prismas, con el propósito de conocer las competencias de modelación que se lograron desarrollar.

METODOLOGÍA

El método de investigación que se sigue en el presente trabajo es cualitativo. La investigación se dirigió a alumnos de sexto grado de educación primaria pública. La muestra, no probabilística de tipo homogéneo, consistió en cuatro equipos de tres integrantes cada uno. Para realizar el análisis de los resultados, se partió de la pregunta y objetivos de investigación, y se elaboraron tres grandes categorías, que se desglosan en indicadores específicos: competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado en el cálculo de volumen, proceso de aprendizaje del cálculo de volumen y capacidades que se desarrollan en el trabajo con una *webquest*.

La recolección de datos se llevó a cabo en el aula de clases de los estudiantes, un ambiente natural y cotidiano. El rol del investigador fue de observador participante, es decir, desempeñó la función de docente guía en el desarrollo de las cinco sesiones de 45 minutos de la investigación. Se utilizaron cuatro instrumentos, que permitieron recolectar información de las dos categorías establecidas (véase la tabla 1). Los instrumentos fueron llenados por el investigador en durante el desarrollo de las sesiones y posterior a ellas con ayuda de registros en audio y video. Se utilizó la triangulación metodológica, que recolecta información de diferentes formas por medio de diversos instrumentos para minimizar los sesgos inherentes a los instrumentos y, apoyada con el marco teórico permite a validar los resultados

Tabla 1.-Objetivos específicos e instrumentos elegidos

Objetivo específico que pretende responder	Categoría	Instrumentos elegidos
1.- Identificar las competencias de modelación que se lograron desarrollar en el trabajo con los alumnos con el cálculo de volumen utilizando las Webquest como tecnología de apoyo.	1.- Competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado con el cálculo de volumen.	Tabla de rúbrica Diario de campo
2.- Describir qué procesos siguen los alumnos para resolver el problema de cálculo de volumen	2.-Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen.	Entrevista Guía de observación.
3.- Aportar elementos de diseño para una <i>webquest</i> que pueda ser adoptada por otros profesores	3.- Capacidades que se desarrollan en el trabajo con una <i>webquest</i> .	Tabla de rúbrica Entrevista

RESULTADOS

La investigación se inició con el análisis de datos desde que se recababan en el aula de clases. Esta serie de datos no estructurados fueron revisados y permitieron definir las unidades de análisis previamente prescritas por PISA (INECSE, 2003) referentes a las competencias de modelación matemática, para luego llevar a la creación de las siguientes categorías:

a) Categoría 1.- Competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado con el cálculo de volumen

Se observó el trabajo de los alumnos centrando la atención en las seis competencias de modelación matemática. Se fueron observando las competencias a medida que los alumnos realizaban las actividades que la *webquest* les pedía. A continuación se presentan incluidas en el diagrama de modelación de Rodríguez (2010) las partes de la *webquest* que se diseñaron (véase la figura 1).

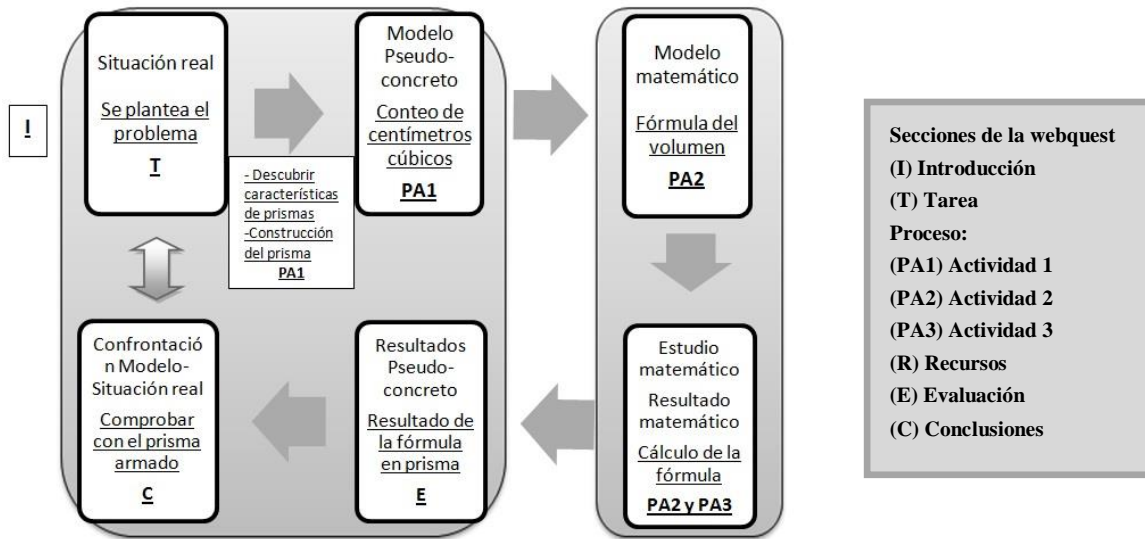


Figura 1.- Descripción de las partes de la *webquest* en el proceso de modelación.

En la sesión uno, primeramente en la parte de “Introducción” de la *webquest*, se presentó al estudiante el tema a tratar. Posteriormente, en la sección “Tarea” se les propuso el problema: ¿Qué cantidad de agua cabe en un prisma rectangular? Luego se les planteó la primera Actividad consistente en identificar características de los cuerpos geométricos y elaborar el prisma indicado llenando una tabla con esta información, que la obtendrían de la sección “Recursos” (véase figura 2).

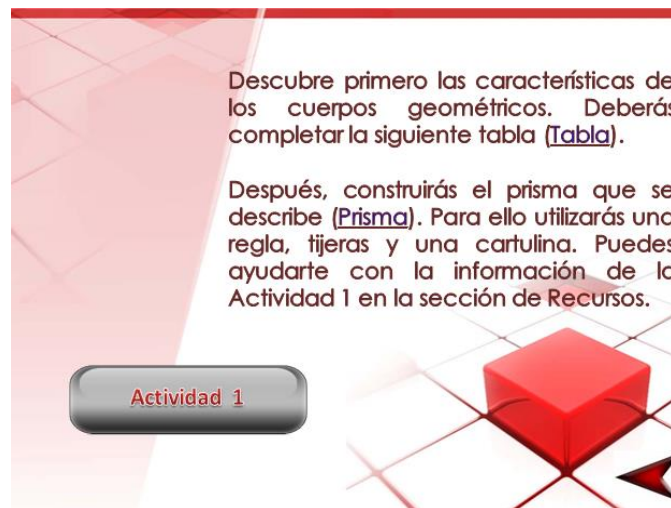


Figura 2. Actividad 1 de la *webquest*

Durante estas acciones se examinó el grado en que los alumnos comprendían el problema y reconocían los datos indispensables para la solución de su incógnita. Los alumnos de los equipos 1 y 2 tuvieron mayor diálogo explicando qué iban a hacer, y pudieron distinguir la incógnita a la que debían dar respuesta. En la actividad del llenado de la tabla, los cuatro equipos tuvieron diversas discusiones acerca de las respuestas con base en sus conocimientos previos. Sin embargo, con la búsqueda de información en las ligas de internet pudieron determinar las características de los prismas. Con ello los alumnos estructuraron la situación a modelarse, siendo ésta la primera competencia de modelación matemática (véase figura 3).

Equipo 3

Prisma	Número de vértices	Número de aristas	Número de caras	Forma de las caras
Cuadrangular	8	12	6	cuadradas
Rectangular	8	12	6	rectangular
Triangular	6	9	5	triangular rectangular

Figura 3. Tabla con características de los prismas llena por el equipo 3.

En la actividad dos, se pidió la construcción de un prisma mediante el dibujo de su desarrollo plano de éste. Los alumnos tuvieron una dificultad debido al mal uso de instrumentos de medición, se observó que los equipos 1, 3 y 4 realizaban mediciones constantemente para obtener las medidas exactas, mientras que el equipo 2 operó con precisión la medición para el trazo del prisma. Al final los cuatro equipos trazaron correctamente sus desarrollos planos, pudieron reconocer y comprender el problema, identificando los datos que les servirían, por tanto, lograron traducir la realidad a una estructura matemática, segunda competencia de modelación matemática (Ver figura).

La siguiente competencia sobre la interpretación de los modelos matemáticos en términos reales se observó cuando los alumnos argumentaban el proceso de resolución que seguían. Algunas de las respuestas fueron:

- Equipo 1: "Porque haremos el envase para saber cuánto jugo le cabe".
- Equipo 2: "Para contar lo que cabe".
- Equipo 3: "Para ver el jugo hecho y así vaciarle agua y contarla".
- Equipo 4: "Porque la pregunta del principio hay que responderla".

Como tercera actividad los alumnos debían encontrar la manera de calcular el volumen del prisma que habían hecho. El diario de campo revela la reflexión de manera correcta para

resolver el problema mediante las discusiones de los alumnos con la utilización del prisma que habían armado. Los alumnos interactuaron con la fórmula del volumen, bajo la guía del docente con preguntas clave. El equipo 2 llegó al modelo matemático “volumen = largo por ancho por altura” (véase figura 4). Para el equipo 4 su modelo fue “volumen = área de la cara por la altura”. Cada equipo trabajó con su modelo matemático reformulándolo constantemente para obtener el resultado apropiado, siendo ésta la cuarta competencia de modelación.

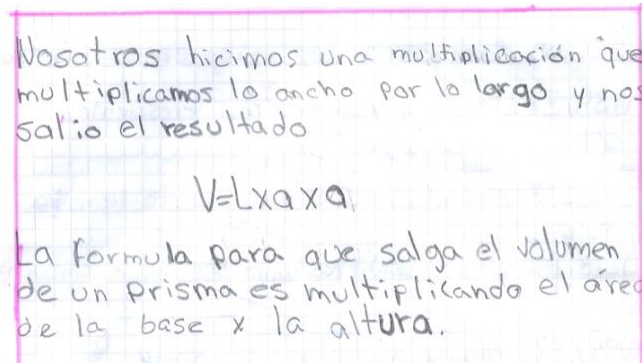


Figura 4.-Modelo matemático del equipo 2.

En la sección de “Evaluación” de la webquest, se les pidió a los niños reflexionar sobre el cálculo del volumen de un prisma triangular, y si el modelo que construyeron serviría o no para este propósito, analizándolo para encontrar las inconsistencias y, en todo caso, corregirlas.

El equipo 1 llegó a una respuesta correcta modificando su modelo. El equipo 2 rápidamente contestó que utilizarían el mismo modelo “ $V = Ab + h$ ”, pero cambiándole la base para obtener el área del triángulo y luego multiplicándolo por la altura. El equipo 3 llegó a la fórmula de obtener el área de la base de los prismas y luego multiplicándola por la altura. En el equipo 4 decidieron investigar cómo contar estas unidades en un triángulo y llegaron a la fórmula del área del triángulo multiplicándola luego por la altura. Este proceso describe claramente el desarrollo de la competencia de modelación reflexión, análisis y crítica a los modelos elaborados.

Por último, en la sección de “Conclusiones” de la webquest, se les pidió que hicieran una presentación de PowerPoint explicando su procedimiento y mostrando su modelo matemático al grupo (véase figura 5).

El prisma triangular

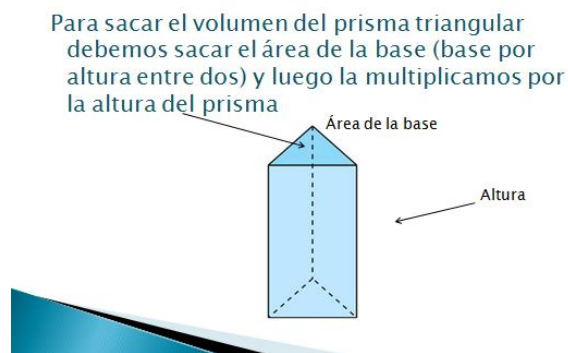


Figura 5. Presentación PowerPoint de un equipo de trabajo

El diario de campo muestra que el equipo 1 presentó en las diapositivas correctamente el proceso y el trabajo que hicieron. El equipo 2 explicó, de manera pausada, incluso los errores sus integrantes habían cometido cuando ellos resolvían su problema. Los equipos 3 y 4 tuvieron algunas correcciones por parte de sus compañeros. Es por esto que se pudo registrar el cumplimiento de la sexta competencia sobre la comunicación del modelo y sus resultados.

b) Categoría 2.- Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen

En el primer indicador sobre conocer las propiedades básicas de los prismas pretendía observar en qué medida los alumnos lograban aprender las características de los prismas, en específico, el concepto de arista, vértice, caras y bases, ya que por un lado este conocimiento era indispensable para el trabajo con el modelo matemático para lograr un manejo correcto de la terminología adecuada. Este indicador además es uno de los propósitos que la SEP (2009) establece para el sexto grado.

Se propuso a los alumnos en la actividad uno de la *webquest* que llenaran una tabla con las características de los prismas, registrando el número de aristas, de vértices y de caras, así como la forma de las caras de los diversos prismas. La guía de observación registra que los alumnos de los cuatro equipos lograron identificar qué era una arista, un vértice y una cara registrando en la tabla los datos correctamente, aunque llegaron a este conocimiento de diferentes maneras.

En las entrevistas, a los alumnos se pregunta sobre el concepto de arista, vértice y cara, y la manera en que los habían aprendido. Nueve de los doce alumnos manejaron en sus respuestas una terminología informal, ya que definieron los conceptos de aristas, vértices o caras, de la siguiente manera:

Pregunta ¿Puedes decirme lo que es una arista, un vértice y una cara con tus palabras?

- Respuesta del alumno E23.- “Un arista son los palitos entre los vértices, un vértice son los puntos que unen las aristas, las caras son las (las señala en el prisma)”
- Respuesta del alumno E31.- “Las aristas son la orillita de los prismas, un vértice son los puntitos, una cara son lo que unen”
- Respuesta del alumno E43.- “Las arista son las líneas que están en (señala), un vértice son las esquinas, una cara son las partes que están en los lados que tapan la figura.”

El segundo de los indicadores que pertenece a la categoría 2, fue el que los alumnos construyeron y armaron desarrollo planos de prismas, que también es uno de los propósitos del sexto grado para la asignatura de matemáticas.

La guía de observación registra que los alumnos lograron armar el desarrollo del prisma correctamente, aunque atravesaron por diversas problemáticas. Los equipos 1 y 3 principalmente tuvieron ciertas dificultades con el uso de los instrumentos de medición, puesto que recurrentemente dibujaban y redibujaban su patrón en la cartulina, aunque al final lo consiguieron. El equipo 4, tuvo mayores dificultades ya que inicia rápidamente el dibujo del prisma pero dibujando las diversas caras y bases por separado, después de una discusión entre los miembros del grupo, lograron corregir este error. El equipo 2 no tiene mayores dificultades en el dibujo del patrón, ni en el uso de la regla. Estos alumnos fueron muy precisos y no necesitaron ayuda del docente para realizar su construcción del prisma solicitado.

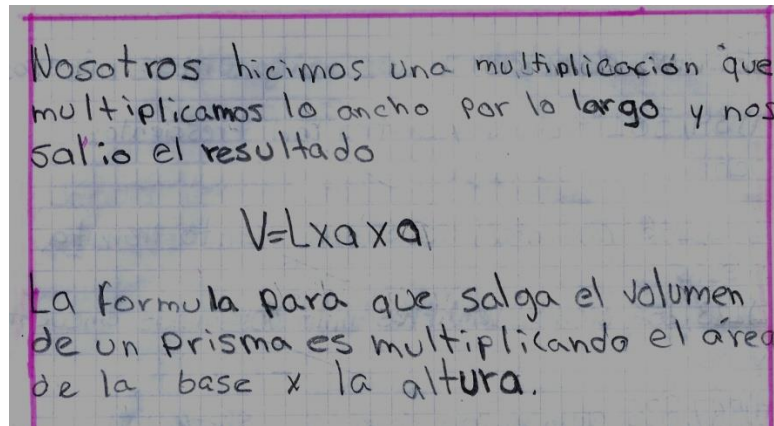
El último indicador que se crea para la categoría 2, trata de describir el proceso que siguieron los alumnos para llegar a calcular el volumen del prisma que armaron. Se observó si los equipos identificaban las variables área de la base y altura como indispensables, si realizaban un conteo de centímetros cúbicos, si podían elaborar la fórmula del cálculo de volumen y con ello llegar a una respuesta correcta.

El equipo 1, inicia dibujando los centímetros cúbicos en el prisma que habían hecho, pero luego de una discusión entre los alumnos del equipo, llegaron a la conclusión que podrían multiplicar lado por lado de la base y así tener los centímetros cúbicos de la base. Los alumnos llegan al resultado y el modelo que formularon fue: Volumen es igual a lado por lado por altura, que después de analizarla la transformaron en área de la base por altura (véase figura 6).

Sacar el área de la base al y multiplicarla por la altura.
Para sacar el volumen de un prisma triangular "ab x h"

Figura 6.- Explicación del modelo del E1

El equipo 2 busca también el área de la base para conocer el número de centímetros cúbicos, pero luego busca el área de cada una de las caras, obteniendo primero la fórmula del cálculo del área total de los prismas. Llegaron a la respuesta correcta mediante el modelo: "volumen = L x a x a" (volumen es igual a largo por ancho por altura) para luego pasar a "V= área de la base por la altura" (véase figura 7).



Nosotros hicimos una multiplicación que multiplicamos lo ancho por lo largo y nos salió el resultado

$$V=L \times a \times a$$

La fórmula para que salga el volumen de un prisma es multiplicando el área de la base x la altura.

Figura 7.- Explicación del modelo del E2

c) Categoría 3.- Capacidades que se desarrollan en el trabajo con una webquest

La tecnología juega un papel importante como apoyo en la continuidad de las actividades que daban seguimiento a cada etapa del proceso de modelación matemática. Las actividades fueron planteadas en el desarrollo de las partes de una *webquest* que se mencionaron en el capítulo 2:

- Introducción
- Tarea
- Proceso
- Recursos

- Conclusión

Se utilizan la autoevaluación y la entrevista como instrumentos para recabar información sobre lo que los alumnos pensaban de las actividades que se les habían propuesto y el grado que les otorgaban a sus compañeros de equipos sobre el trabajo realizado con el propósito de verificar si efectivamente la *webquest* había cumplido con su parte de apoyo.

Los resultados de las autoevaluaciones muestran que los alumnos de los cuatro equipos en su puntaje otorgaron una media de 1 al indicador que validaba el hecho de que sus compañeros compartían ideas sobre la resolución del problema, lo que mostraba que siempre lo hacían.

En el siguiente indicador los alumnos tuvieron una media de 2, lo que indicaba que la mayoría de las veces se cumplió con el respeto de turnos. En el indicador sobre realizar cada quien su parte del trabajo los cuatro equipos tuvieron una media de 2, lo que indica que sucedió la mayoría de las veces.

Los alumnos se autoevaluaron con un puntaje medio de 1 en el indicador que medía el grado en que se habían aclarado las dudas. Por último, la media del indicador sobre expresar con claridad sus ideas en el equipo y en la presentación del trabajo, fue de 2, que representa la mayoría de las veces.

Por otro lado, en la entrevista, los doce alumnos respondieron que las instrucciones de la *webquest* les habían parecido sencillas y que no tuvieron problemas para entender lo que harían. A su vez, la respuesta sobre la utilización de la información de la web, los niños expresaron que había sido de mucha ayuda las páginas de internet y que les había gustado manejarla. Algunas de las respuestas fueron:

- Alumno 1.- Las páginas web me sirvieron para averiguar cómo se hacía un prisma, y para averiguar cuántos cuadritos tenía la figura. Si (me gustó), porque es más divertido.
- Alumno 2.- Las páginas me sirvieron para aprender, si encontré información, buscamos como era el prisma, si me gusto el internet porque así puedo aprender más.
- Alumno 3.- Si me sirvió, para enseñarme más, si encontré información, encontré cómo armar los prismas para calcular su volumen. Había juegos, me sirvieron para enseñarme más.

Por último, en la cuestión sobre el trabajo con las matemáticas con las *webquest*, el total de la muestra respondió favorablemente afirmando que les había parecido mejor y que habían aprendido mas. Sus respuestas fueron:

- Alumno 1.- Estuvo divertido, aprendí que podías multiplicar lado por lado y altura para sacar el volumen.
- Alumno 2.- Me gusto porque nunca había trabajado con matemáticas en computadora y porque aprendí más.
- Alumno 3.- Me parece mejor que escribir mucho. Es mejor es la computadora y hacerlo en equipo. Si, aprendí a sacar el volumen, como son los vértices, aristas caras.

Ambos instrumentos permitieron conocer el punto de vista de los alumnos respecto a su trabajo con las *webquest*. En la siguiente sección se presenta el análisis de los resultados presentados que arrojaron los diversos instrumentos en las tres categorías.

DISCUSIÓN

En esta sección se presentará la triangulación de datos, es decir se analizarán los resultados de las diferentes fuentes y métodos de recolección utilizados (Hernández et al., 2010). El análisis se presentará organizándolo en las dos categorías principales que se describieron anteriormente.

a) Competencias de modelación matemática que se desarrollan.

Para iniciar el ciclo de modelación, los alumnos fueron enfrentados a una situación problema. De acuerdo a Trigueros (2006), el diseño de las situaciones constituye un elemento central para que el uso de la modelación tenga éxito, puesto que un problema planteado en buenos términos favorece el compromiso de los estudiantes en su solución.

El trabajo del docente fue orientar sus discusiones, realizando preguntas que le permitieran saber si los alumnos habían comprendido el problema, cumpliendo la función que Trigueros (2006) establece. Con los resultados presentados en los instrumentos, se puede afirmar que todos los equipos conocían la incógnita y los datos que el problema les proporcionaba, y con ello, que era posible su resolución. De acuerdo a Bosch (2006) los alumnos entendieron la situación real e iniciaron la construcción de hipótesis para la construcción del modelo de resolución adecuado, desarrollando la competencia de estructurar el campo o situación a modelarse.

En la actividad del armado del prisma, los instrumentos reflejaron su creatividad e interés por el descubrimiento, al concentrarse en su trabajo y buscar diversas maneras de armar dicho prisma, beneficio que, según Aravena (2007), tienen las actividades basadas en la modelación de situaciones reales. Las dificultades se vieron superadas después de múltiples discusiones, los alumnos revisaron sus errores y los corrigieron, haciendo del proceso de modelación un ciclo, en el que el alumno puede retroceder las veces necesarias si detecta algún error (Hodgson, 1995). Por ello, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación matemática de traducir la realidad presentada en el problema a una estructura matemática.

En la actividad dos se les pedía a los alumnos que trataran de calcular el volumen que había en el prisma, estaban empezando a matematizar el problema, elaborando el modelo matemático a partir de los datos con que contaban (Aravena, 2007). De acuerdo con las respuestas más recurrentes, se analiza que los alumnos tenían una idea clara de lo que estaban haciendo en relación con la situación planteada, puesto que eran capaces de argumentar sus procedimientos que, de acuerdo a Trigueros (2006), es una consecuencia importante de la modelación matemática. Con los resultados de ambos instrumentos, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación de interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

Dentro de la competencia de trabajar con un modelo matemático, las discusiones de los equipos permitieron que llegaran a encontrar la respuesta correcta, aunque con procesos de resolución diferentes. Después de analizar el proceso que siguieron los alumnos para la creación de un modelo matemático y sus conversaciones, los cálculos que hacían y las correcciones a sus modelos, es posible afirmar que los alumnos produjeron y armaron un modelo matemático.

Sin embargo, era claro que los equipos, a excepción del equipo 2, no habían llegado a crear un modelo matemático perfecto y podía ser mejorado. Por ello, con la propuesta de acomodar su modelo para que fuera factible de utilizarlo para cualquier prisma, lo revisaron y pusieron al descubierto sus ideas, justificaron sus puntos de vista, confrontando, reconsiderando y modificando sus ideas (Trigueros, 2006). Se pudo observar claramente que los alumnos reflexionaron, analizaron y dieron una crítica al modelo y sus resultados.

Por último, en la actividad con la que darían a conocer sus resultados obtenidos por medio de una presentación de PowerPoint, los niños trabajaron en equipo en sus presentaciones y los resultados fueron alentadores. Los resultados muestran que cuatro equipos pudieron explicar sus procesos de resolución mostrando incluso sus errores y cómo los superaron. Los alumnos lograron desarrollar, gracias a las actividades basadas en la modelación, habilidades comunicativas como la explicitación de ideas, la comunicación de métodos y la justificación de procesos (Aravena, 2007). Con base en las presentaciones realizadas, y en los instrumentos que muestran las observaciones, se afirma que los alumnos pudieron desarrollar una competencia de modelación matemática de comunicar a los demás sobre el método y sus resultados.

b) Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen

La guía de observación comprueba que los alumnos llenaron correctamente la tabla que se les proponía completar con el nombre, dibujo, y las características de diversos prismas, como el número de vértices, el de aristas, el de caras y la forma de éstas. En la entrevista también los alumnos mostraron una comprensión de lo que cada término significa, por tanto, se afirma que los alumnos pudieron conocer las propiedades básicas de los prismas.

Se registró también que los equipos no tuvieron problema con el dibujo y armado del desarrollo plano del prisma, siéndoles de gran utilidad la búsqueda de información en internet que les permitió guiar su construcción. Las discusiones ocurrieron durante todo este proceso, validando lo que Vara (2004) en su investigación reconoce, que en el estudio de la geometría el tratamiento de problemas debe desarrollar la capacidad para producir conjeturas, comunicarlas y validarlas. En la entrevista, los alumnos describieron el proceso que siguieron de manera muy clara y precisa. Por tanto se afirma que se pudo cumplir con el propósito de construir y armar desarrollos planos de prismas con efectividad.

Con las observaciones realizadas se muestra que los cuatro equipos pudieron construir una fórmula para calcular el volumen del prisma y contestaron el problema correctamente, aunque utilizando diversos métodos de resolución. Así, la actividad permitió que los alumnos resolvieran problemas sobre volumen, y no sólo reducirlo a la aplicación de una fórmula, probando las matemáticas como un desafío que los llevó por múltiples caminos para encontrar una solución al problema planteado (Arteaga, 2005). Los instrumentos analizados validan que el propósito de calcular el volumen de diversos prismas fue cumplido satisfactoriamente.

c) Capacidades que se desarrollan con la webquest

La tecnología en las matemáticas, de acuerdo a Gómez (1997) se refiere a todas aquellas herramientas que utilizan los últimos adelantos computacionales para adaptar al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Aclara el investigador además, que la tecnología no es la solución al problema de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, sino solo un catalizador del cambio.

Y esto precisamente es para lo que sirvió la tecnología en el desarrollo de la presente investigación, como un catalizador que apoyó el cambio de metodología y que apoyó el proceso de aprendizaje del cálculo de volumen de prismas mediante la estrategia de la modelación, a la que le brindó un soporte en la continuidad y presentación de las actividades adecuadas.

Las autoevaluaciones utilizadas, en las que se otorgan calificaciones entre 1 y 2 a los aspectos que se evaluaban, permitieron reconocer que los alumnos pudieron en el trabajo con las *webquest*:

- Compartir sus ideas sobre la resolución de problemas: Siempre.
- Cumplir con el respeto de turnos: La mayoría de las veces.
- Cumplir con la parte que les tocó realizar del trabajo: Siempre.
- Apoyar a los compañeros que tenían dudas: Siempre.
- Expresar sus ideas con claridad: La mayoría de las veces.

Este punto de vista de los alumnos permite analizar que el trabajo entre ellos resultó productivo, puesto que fueron los mismos estudiantes los que en la reflexión sobre el trabajo realizado, hicieron ver que dentro de los equipos se analizaron los problemas compartiendo sus ideas, apoyándose en las dudas que tenían en un trabajo cooperativo, en la que la mayoría de las veces se respetaba el turno de palabra.

Si se toma en cuenta que el papel del docente fue el de un guía del proceso, sin interferir en numerosas ocasiones en el trabajo de los alumnos, se puede argumentar que la *webquest* permitió mediante las actividades diseñadas que hubiera un clima de trabajo productivo y autónomo, que produjera resultados exitosos. Estos hechos concuerdan con lo que Barba (2002) en su investigación describe como capacidades que desarrollan las *webquest*:

- Analizar perspectivas personales y otros puntos de vista.
- Analizar errores, identificarlos, sobre su propio pensamiento o de otro.
- Construir un sistema de ayuda entre los miembros del equipo.

Por otro lado, las entrevistas comprueban que la *webquest* fue de gran utilidad a los alumnos al ser ellos lo que expresaron sus aprendizajes en el área matemática y su gusto por la investigación en las diversas páginas web que se les pusieron a su alcance. Coinciden los resultados con lo que Barba (2002) establece en su investigación sobre el ambiente atractivo, interactivo y muy rico que los alumnos encuentran en el internet al trabajar en una *webquest*, en un proceso de búsqueda de información valiosa y significativa para la construcción del pensamiento.

Por todo lo anterior, se deducen a continuación algunos elementos para el diseño de una *webquest* exitosa que fueron tomados en cuenta:

- Diseñar una *webquest* para un objetivo del currículo que requiera más que memorización, sino un grado de comprensión. Estos puntos están de acuerdo con la investigación de Barba (2002)
- Proponer a los alumnos actividades que les resulten atractivas y fácil de seguir autónomamente pero que estén de acuerdo con el contenido temático que se pretende que aprendan, apegándose a los objetivos que se persiguen. Cegarra (2008) establece que las tareas deben responder a los criterios de aprendizaje establecidos por el docente y en atención a los alcances, metas y enfoques del propio currículo.
- Un buen trabajo previo del docente en cuanto a la búsqueda y selección de páginas web con contenido que verdaderamente sea útil para el alumno y que llame su atención, pudiendo elegir entre ellas páginas con contenidos lúdicos que sean

interesantes para los alumnos de éste nivel educativo. El docente ha de buscar páginas web llamativas, sencillas, pero de calidad y valor conceptual para las metas propuestas, asumiendo criterios pedagógicos de diseño, pertinencia conceptual y nivel de complejidad (Cegarra, 2008).

- Por último, se propone como elemento para el diseño de una *webquest* el crear una interfaz sencilla que el alumno se familiarice fácilmente con ella y que tenga las herramientas elementales para que pueda trasladarse de manera ágil entre las diversas partes que componen una *webquest*.

Se añade, para finalizar, en la tabla 2, una opción de unir las partes de una *webquest* con las distintas competencias de modelación, que fueron útiles en la presente investigación:

Tabla 2.-
Relación entre la webquest y las competencias de modelación

Partes de la <i>webquest</i>	Competencia de modelación que se desarrolló
Introducción	
Tarea	Estructurar el campo o situación que va a modelarse.
Proceso: Actividad 1	Traducir la realidad a una estructura matemática.
Recursos	Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.
Proceso: Actividad 2	Trabajar con un modelo matemático.
Recursos	
Proceso: Actividad 3	Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.
Recursos	
Evaluación	Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones)
Conclusiones	

CONCLUSIONES

El trabajo con la modelación matemática con los alumnos de sexto grado de nivel primario permite evidenciar algunas ventajas para el aprendizaje del cálculo de volumen. Las diversas actividades que los alumnos resolvieron en sus equipos, llevaron al desarrollo de las seis competencias de modelación matemática establecidas en el informe PISA (INECSE, 2003). El desarrollo de dichas competencias permitió a los alumnos experimentar el proceso cíclico de la modelación matemática, en el que pasaron de una situación no matemática a un modelo matemático, que construyeron, trabajaron con él y además pudieron analizarlo y corregirlo; para después llevar la respuesta a la realidad y dar respuesta al problema planteado.

En el proceso de aprendizaje del cálculo de volumen de prismas, se reconocen como ventajas el planteamiento de un reto o situación problema relevante para los alumnos, lo que sirvió de motivación inicial. Además, el trabajo en equipos promovió la confrontación de resultados con los que se enriquecían y mejoraban los procedimientos de solución. Así mismo, se reconocen también las bondades del trabajo con las *webquest* en el aula. La *webquest* permitió a los alumnos buscar información necesaria para resolver las tareas que se les pedían,

además de brindar una motivación enorme a los alumnos de trabajar con un programa que les permitiera ser ellos los que guiaran su proceso de aprendizaje.

Como sugerencias para futuras investigaciones que se pueden desprender de los resultados encontrados para el trabajo están:

1. En el trabajo con la modelación matemática se sugiere la elección de un problema atractivo y relevante para los alumnos. Además, debe cumplir con los requisitos de ser un reto para los alumnos pero a su vez que sea factible de ser respondido de acuerdo al nivel educativo en que se trabajará.
2. Para el trabajo con la modelación en el nivel primaria, es importante tomar en cuenta que el docente ha de tomar su papel de guía y orientador para evitar en lo posible dar a los alumnos respuestas correctas o ideas de resolución específicas. Sin embargo, también es importante no dejar solos completamente a los alumnos puesto que en esta etapa educativa los estudiantes aún requieren gran apoyo y soporte del docente.
3. Se recomienda altamente el trabajo en equipo como una manera de apoyar a los niños al enfrentarlos a diversos puntos de vista con sus compañeros. Así mismo, queda claro que el diseño de actividades específicas que lleven a los alumnos paso a paso por el ciclo de modelación ayudará a observar claramente el desarrollo de las competencias de modelación que se presentan en los alumnos.
4. Sería interesante observar si las competencias de modelación matemática pudieran ser factibles de desarrollar en otros grados inferiores de la educación primaria o con otro contenido temático diferente al cálculo de volumen.

Por último, se proponen algunos elementos a considerar para el diseño de una *webquest* que ayude al aprendizaje de las matemáticas.

5. Es importante considerar que el docente ha de tener en cuenta el propósito que persigue para el diseño de las actividades que planteará en la *webquest*.
6. Las actividades han de ser factibles de resolver por los alumnos y deberán estar planteadas de manera clara y sencilla con instrucciones precisas para evitar confusiones de los alumnos si se pretende que trabajen con mayor autonomía.
7. Se sugiere a los docentes explicar con anterioridad el objetivo de las *webquest* y sus partes, así como introducir a los alumnos, especialmente si no han trabajado con tecnología antes, al manejo del programa para que no tengan mayores problemas en el transcurso de la clase.
8. También se sugiere considerar que la selección de las páginas web debe ser un trabajo cuidadoso en el que el docente ha de elegir aquellos recursos que den la información claramente al alumno y de acuerdo con las características de cada actividad. En especial con los alumnos de educación primaria se recomienda la búsqueda y selección de páginas que contengan juegos interactivos, dibujos, diagramas o videos puesto que tienden a interesar más a los alumnos y les permiten que aprendan mientras juegan.

BIBLIOGRAFÍA

- Aravena, M. Caamaño, C. (2007). Modelación matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios pedagógicos*, 23, (2), pp. 7-25, Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art01.pdf>
- Arteaga Palomares, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 17 (001), Recuperado el 2 de febrero de 2010 de redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517102.pdf
- Ávila, A. (2001). Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas. *Perfiles educativos*, 23 (093) Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=13209305>
- Barba, C. (2002). *La investigación en la web con Webquest*, Recuperado Febrero, 15, 2010 de www.webdemusica.org/files/articles/barbac_leswq.pdf
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics in National*
- Cabero Almenara, J. (2007). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*, Madrid, España: Mc. Graw Hill.
- Cegarra, J. (2008). Webquest: Estrategias constructivistas de aprendizaje basada en Internet. *Investigación y postgrado*, 23 (001) Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=65823104>
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *LIDIE*, 10, (1), Recuperado Enero, 30, 2010 de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articulos-112562_archivo.pdf
- Hernández, S. Fernández, C. y Baptista, L. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hodgson, T. (1995). Secondary Mathematics Modeling: Issues and Challenges. *School Science and Mathematics*, 97, (5), pp. 351-358, Recuperado el 18 de enero de 2010 de http://findarticles.com/p/articles/mi_qa3667/is_199511/ai_n8717546/
- INECSE (2005). *PISA 2003, Pruebas de matemáticas y solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Niss, M. & Blum, M. (2007). Introducción. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Boston: Espringer
- Quiroz, S. (2011). *El desarrollo de competencias de modelación matemática en el trabajo con el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado utilizando las Webquest como tecnología de apoyo*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Virtual Escuela de Graduados en Educación, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey. Monterrey, México.

Rodríguez, R. (2010, en prensa). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las Ecuaciones Diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. México.

Secretaría de Educación (2009). *Programa de Estudio 2009, Sexto grado Educación Básica Primaria*, México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.

Trigueros, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo. Un estudio desde una perspectiva de modelación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11, (31), Recuperado el 18 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/140/14003106.pdf>

Universidad del Gobierno Vasco (2008). *Competencia matemática*, Educación secundaria Obligatoria, Departamento de Educación.

Vara Orozco, M. (1999). El Geoespacio: un recurso para la enseñanza de la Geometría, *Antología sobre le geoplano y geoespacio*. México: SEP.