

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE SOBRE MODELACIÓN Y USO DE LAS GRÁFICAS. INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍA Y USO DE RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN.

Claudia Flores estrada, montestra@hotmail.com, CECyT 5, IPN; CB-07
Adriana Gómez Reyes, orodelsilencio@yahoo.com.mx, CECyT 13, IPN; CCH Sur, UNAM
Liliana Suárez Téllez, lsuarez@cinvestav.mx, Cinvestav, IPN
Blanca R Ruiz Hernández, bruiz@itesm.mx, ITESM, Campus Monterrey
Pedro Ortega Cuenta, poc520520@gmail.com, CECyT 11, IPN
José Luis Torres Guerrero, jelulistg@yahoo.com.mx, CECyT 7, IPN
María Eugenia Ramírez Solís, meramire@ipn.mx, CECyT 14, IPN
Betsabé Contreras, betsabe_adalia@yahoo.com.ar, CECyT 11, IPN
Citlali Yacapantli Servín Martínez, cservin@cinvestav.mx, Cinvestav, IPN

Palabras Clave

Aprendizaje, modelación, gráficas, tecnología, investigación

Las actividades elegidas por el profesor en el salón de clases pueden estar organizadas a través de una red de actividades en diferentes vínculos con el propósito de construir ideas en el conocimiento matemático. La gráfica es una argumentación para las matemáticas, además, es una representación de función. Realizando la argumentación como el comportamiento tendencial de las funciones y éste permite al estudiante reconstruir significados; la transformación de funciones; la construcción de conocimiento matemático por medio de la representación gráfica, numérica, algebraica y analítica.

El uso de la función en la red de actividades se hace a través de la graficación, valores numéricos (tabulación), analítica y por modelación.

Parte de la problemática a la que el profesor se enfrenta en el aula cuando realiza una actividad de aprendizaje en el que incorpora dispositivos de transducción, sensores y calculadoras con poder de graficación, para el registro, el análisis y la interpretación de datos en la resolución de problemas se considera en la caracterización del problema.

La *caracterización del problema* es parte de los trabajos realizados por la Academia Institucional de Matemáticas (AIM) (AIM-NMS-IPN, 2002) la cual permite identificar si el problema o actividad de aprendizaje tiene el potencial para lograr en el estudiante aprendizajes significativos.

- Es una experiencia de aprendizaje de resolución de problemas.
- La modalidad de trabajo es por equipos.
- El sitio de trabajo es el salón de clases.
- Las herramientas son calculadora con poder de graficación y sensor de movimiento (CBR).
- Los productos de la actividad son los reportes de los estudiantes.

a incorporación de la tecnología ha propiciado modificaciones de forma paulatina en las aulas. El uso de los objetos para el aprendizaje en la representación gráfica es la posibilidad de querer tanto estudiantes como profesores, adaptar los recursos didácticos de acuerdo a sus propias necesidades, inquietudes, estilos de aprendizaje y enseñanza.

Las herramientas computacionales generan nuevos ambientes (Suárez, 2006) en los cuales los objetos virtuales que aparecen en pantalla se pueden manipular, además de una mayor precisión y rapidez para hacer cálculos aritméticos y representaciones gráficas.

I. Redes de Actividades de Aprendizaje (AA).

Para lograr aprendizajes en distintos niveles y dimensiones en los estudiantes es necesario que las ideas trabajadas y discutidas en actividades dentro del salón de clases se retomen en distintos momentos y con diferentes profundidades de manera planeada y con un propósito explícito dentro de una red de actividades y en la actividad misma. En el salón de clases también confluyen diversos factores que hacen difícil e inaccesible una planeación rígida. En nuestro marco de referencia (Alarcón, 1995) las actividades y sus interacciones, con carácter dual de medios y fines, se organizan a través de redes de actividades que hacen explícitas las diversas perspectivas que influyen en las interacciones del salón de clases, al mismo tiempo que proponen una planeación flexible. Las actividades de aprendizaje incluyen una gama variada, que va desde problemas, problemas guiados, ejercicios, lecturas, proyectos o autoevaluaciones. Los vínculos que se establecen entre las actividades, están en función de sus caracterizaciones según las ideas, nociones, procedimientos y heurísticas que se ponen en juego durante la realización de las actividades (Suárez, Ortega, Servín, Téllez y Torres, 2005). Dentro de una red de actividades un profesor tiene que elegir tanto el orden como las actividades a trabajar en su curso para formar *secuencias de actividades*, que constituyen trayectorias de aprendizaje, dependiendo de sus propios objetivos y de la creatividad o dominio del tema de sus estudiantes. Estas trayectorias se pueden individualizar para atender la diversidad de necesidades educativas de los estudiantes, ya sea en la modalidad presencial o en la virtual.

La planeación de una red de actividades se concreta en documentos que hacen explícitos los lineamientos para orientar las interacciones del docente y del discente durante las sesiones de trabajo en el salón de clases o en ambientes virtuales y que permiten una retroalimentación constante de las actividades que aportará un conocimiento que se utilizará en la construcción de la *historia de la actividad* (Ruiz, Suárez, Ortega, Servín, Flores y Torres, 2007). Ésta se refiere principalmente a la caracterización de la actividad, las soluciones del problema y un comentario didáctico. Éste último se refiere al objetivo del problema en términos de las posibles soluciones, a las distintas vías que puede seguir un estudiante para avanzar en la solución de la actividad con la aplicación de las estrategias correspondientes y describe la articulación de las representaciones. El comentario didáctico también apunta algunas sugerencias para la interacción con los estudiantes durante la realización de la actividad y para la discusión de las soluciones que se hace con todo el grupo. La historia del problema es abierta y acumulativa, el trabajo sucesivo irá conformando historias de actividades que se robustecerán cada vez que un profesor las trabaje en clase y registre en un blog colectivo los resultados de su experiencia (Suárez, Torres, Ortega, Daowz y Ramírez, 2007).

Dentro de este marco teórico también se retoman los resultados de investigación en Matemática Educativa que nos orienten en la elaboración de redes de actividades con objetivos didácticos. En este escrito narramos la experiencia del diseño y la aplicación de una red de actividades cuyo eje principal es la graficación vista como una actividad matemática que integra la modelación y el uso de la tecnología en las clases de matemáticas.

II. Modelación matemática y uso de las gráficas.

Las prácticas de modelación y de graficación han contribuido a proporcionar acercamientos innovadores al concepto de función en la enseñanza de las matemáticas (Arrieta, 2003 y Leinhardt, Stein y Zaslavsky, 1990). En los niveles superior y medio superior se han introducido como actividades que desarrollan habilidades de aplicación y

visualización de los conceptos matemáticos. Sin embargo, en la investigación actual hay una tendencia a destacar la importancia epistemológica de la modelación (Bosch, García, Gascón y Ruiz, 2007), de la graficación (Cordero 2006) y de su conjunción en el concepto de Modelación-Graficación (Suárez, 2008).

Suárez, en el trabajo citado, explota la relación ente la intención de estudiar gráficamente fenómenos de cambio y una práctica de modelación matemática para proponer una hipótesis de construcción epistemológica del uso de las gráficas para modelar situaciones de movimiento. La Socioepistemología es la perspectiva teórica que sustenta este trabajo y que proporciona herramientas para formular construcciones de conocimiento, llamadas *epistemologías*, que tengan como eje central una situación de uso de las matemáticas en un contexto específico. En particular uno de los resultados de la investigación de Suárez es proporcionar evidencias del surgimiento de un nuevo funcionamiento de las gráficas para estudiar la variación de la posición y la velocidad en una situación de movimiento. Este funcionamiento está basado en el análisis que se hace de la situación planteada a partir de la discusión de las gráficas que se obtienen de los datos que se generan al hacer una simulación del movimiento.

Este funcionamiento de las gráficas coincide, de acuerdo con Suárez, con una etapa del desarrollo histórico del concepto de función, específicamente, “al manejo de la idea de función como una relación entre variables y que aunque no haya una definición explícita sí se observa un uso de la idea matemática de función” (Suárez, 2008, 78). Dos de las características que se desprenden son que las gráficas son argumentativas y el uso de las gráficas es susceptible de tener un desarrollo. Es decir hay un uso argumentativo ya que la gráfica pasa a ser un elemento central en explicaciones y, con esto, las gráficas adquieren un nuevo significado a la luz de su uso al modelar situaciones de variación.

La red de actividades para la variación en situación de movimiento considera el desarrollo de habilidades que lleven al estudiante al desarrollo del uso de las gráficas con fines argumentativos dentro de la matemática y en particular del concepto de función en un ambiente de modelación. En los apartados siguientes describimos esta red como una propuesta que permite concretar el desarrollo de estos conocimientos en el salón de clases.

II. Una Red de AA para la Variación en Situaciones de Movimiento

La red “variación en situaciones de movimiento” tiene la intención de poner en funcionamiento la construcción de significados, procedimientos y relaciones vinculados con una situación de modelación en movimiento a través del uso de argumentaciones gráficas. La articulación de representaciones y la construcción e interpretación de graficas que surgen al resolver las actividades de la red se convierten en una argumentación para la comprensión del concepto de función y constituyen una vía que abre camino hacia la ideas de variación. La función se observa como una relación entre dos variables, en donde las argumentaciones gráficas dan lugar a su descripción: las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos, etc. El surgimiento del estudio de las variaciones de primero y segundo orden a partir de las gráficas son dos de los elementos que permiten encaminarnos hacia la modelación de situaciones de movimiento.

Dentro de esa red se privilegia uso de herramientas tecnológicas que permiten la simulación de situaciones de movimiento, en particular de la calculadora TI-Voyage, sensores y transductores de datos. Se espera que los estudiantes recopilen datos a través de los sensores, los transductores trasladarán la información a tablas y gráficas dentro de la calculadora, en donde podrán manipular sus datos. Este manejo de datos obtenidos a partir de su propio diseño y simulación favorecerá el estudio y la vinculación

Así, la red de actividades es considerada como la red de actividades de aprendizaje de graficación- modelación que se vinculan desde perspectivas diferentes y ser articuladas de varias maneras para cumplir los objetivos didácticos del programa.

El uso de los sensores y las calculadoras graficadoras favorece que el alumno a través de su propio movimiento construya una variedad de significados asociados a una serie de funciones: de posición, velocidad y aceleración en los problemas de movimiento.

III. Modalidades de trabajo

En una sesión de trabajo de las AA, generalmente, se consideran tres momentos: 1) En la resolución de la actividad (primer momento) se favorece el trabajo en equipo, aunque también se puede trabajar de manera individual. 2) Durante la presentación y discusión de soluciones (segundo momento) se busca lograr una discusión grupal, a partir de los resultados obtenidos en el trabajo previo. 3) Finalmente, los anexos y la retroalimentación (tercer momento) tienen un carácter que promueve el trabajo individual, incluso puede desarrollarse fuera del aula, como actividad extra clase.

En estos momentos se aprecian las tres modalidades de trabajo: en equipo, individual y discusión grupal. En cada una de ellas debemos considerar tanto lo que se espera de los alumnos, como de la labor del docente. Al mismo tiempo, como docente se deben tomar en cuenta las características de cada modalidad, para elegir la más conveniente de acuerdo a los propósitos de las actividades de aprendizaje.

El trabajo en equipo.

El trabajo en equipo, también conocido como trabajo en grupo chico o en pequeño grupo (de 3 a 4 estudiantes) es uno de los ejes de las actividades de aprendizaje. Se espera que los alumnos reconozcan que esta forma de trabajo no se reduce a dividir la tarea y luego juntar las partes, por el contrario, se requiere de la discusión, de llegar a acuerdos y comprender los planteamientos de cada uno de los integrantes. Al trabajar en equipo es más fácil que los alumnos comenten sus dudas, revisen procedimientos diferentes para resolver la situación propuesta, los lleven a cabo y lleguen a resultados (Suárez, 2000).

Desde la perspectiva docente, se desarrollan los 'Lineamientos para la interacción con los equipos', con los cuales se "darán las pautas a seguir en la interacción del profesor con los alumnos mientras realizan la actividad" (AIM-IPN, 2004, pág.9), es decir, regulan la intervención del profesor en la validación de las soluciones dadas en cada equipo. Estos lineamientos (en forma de recomendaciones, planteamiento de preguntas y sugerencias, no de aprobación/desaprobación) se volverán de gran utilidad al integrar la Tecnología, ya que ésta es una variable que requiere de control para que no se pierda el propósito de las actividades de aprendizaje.

El trabajo individual.

Con el trabajo individual se desea que el estudiante desarrolle las actividades intelectuales de alto nivel, es decir, que sea capaz de tomar decisiones, resolver problemas, organizar su propio aprendizaje, hacer aportaciones creativas en sus trabajos y actividades, etc. Estas cualidades se verán reflejadas y también se desarrollarán durante el trabajo en equipo y la discusión grupal, pero es importante que el estudiante sea consciente de su responsabilidad como gestor de su propio aprendizaje.

La discusión grupal.

La discusión grupal corresponde a lo que se conoce como trabajo en gran grupo o con el grupo completo, pero no debe confundirse con una exposición totalmente magistral. Por el contrario, la discusión grupal tiene como propósito poner en común las soluciones desarrolladas por cada equipo, con la finalidad de validarlas como grupo.

De manera análoga a lo realizado para el trabajo en equipo, desde la perspectiva docente se desarrolla el 'Guión de la discusión', el cual "brinda un marco para la conducción de la discusión. Se consideran los posibles desarrollos de las soluciones y se establecen los lineamientos para la participación del profesor" (AIM-IPN, 2004, pág.9).

III.Ib Mapoa

Para la consolidación de los procesos educativos centrados en el aprendizaje, de la puesta en marcha del aprendizaje autónomo y del aprendizaje integral, es preciso contar con un marco de referencia que permita al discente controlar sus procesos de formación. Para ello (Suárez 2007) es necesario desarrollar:

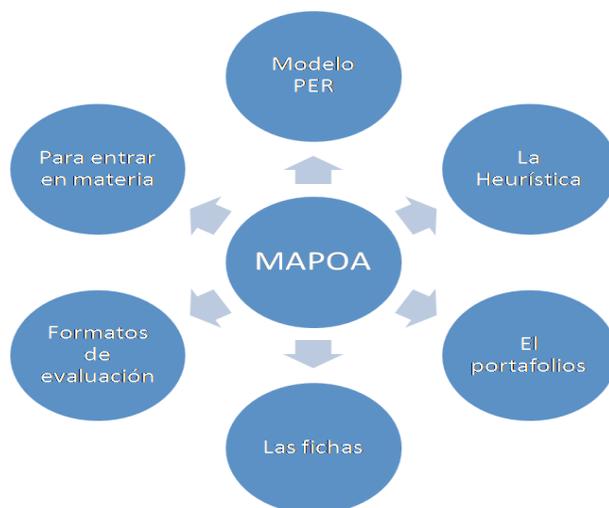
- las habilidades para usar el conocimiento y articular los conocimientos en pos de un propósito más complejo;
- las actitudes que nos permiten enfrentar situaciones con una componente importante de incertidumbre;
- la capacidad para transferir, es decir, aplicar en una situación distinta a aquella en la que aprendimos, los conocimientos que adquirimos.

En los Materiales Auxiliares para la Organización del Aprendizaje (MAPOA) identificamos marcos de referencia comunes para el aprendizaje que se utilizan y comentan durante las experiencias de aprendizaje para que estudiantes y profesores (dicentes y docentes) participen en la consolidación del aprendizaje integral, reconozcan las competencias a lograr y los aprendizajes involucrados. En la medida en que se familiaricen con los MAPOA, éstos pueden llegar a constituir un lenguaje común, en el que se pueden expresar algunas de las dimensiones de aprendizaje más importantes.

En los MAPOA se proponen diversos auxiliares que consideran estrategias, procesos metodológicos, habilidades para el manejo y transferencia de la información, recursos comunes, estrategias de uso específico para las matemáticas, así como recursos para la evaluación, autoevaluación y coevaluación.

Los MAPOA para el estudio de las matemáticas está integrado por seis elementos

- a) Para entrar en materia. Este auxiliar aporta la reflexión sobre la corresponsabilidad en el aprendizaje, la importancia de practicar la solución de problemas y de reconocer las habilidades de alto nivel necesarias a desarrollar. Hacer, reflexionar y comunicar, representa el modelo de trabajo
- b) Modelo PER. Una actitud responsable e independiente, que además resulte eficaz, se puede desarrollar por medio de la práctica en el establecimiento explícito de la conexión entre el propósito, la estrategia y el resultado de cada actividad de aprendizaje.
- c) La heurística. Presenta una estrategia de resolución de problemas, acompañada de un diagrama de flujo y de una tabla que incluye las heurísticas de uso más frecuente.
- d) El portafolio. En él se acumula, organiza y reorganiza una muestra de lo que se produce en las actividades. Integra la historia documental del proceso de aprendizaje, permitiendo observar la evolución del pensamiento.
- e) Las fichas. Contienen comentarios y sugerencias sobre la elaboración de reportes del trabajo en equipo, la discusión matemática, el control durante la resolución de problemas en el salón de clases y la elaboración de controles de lectura que se elaboran en formato de fichas.
- f) Formatos de evaluación. Establecen criterios que nos permitirán evaluar de una forma más integral nuestro propio trabajo y el de nuestros compañeros.



Cuadro III.1. Materiales para la organización de los Aprendizajes

III.2 AA y Uso de tecnología

La relación entre las matemáticas y las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) es muy estrecha, podemos considerar que ambas están mutuamente relacionadas. Desde sus inicios, unas de las principales razones que motivo al ser humano a crear una máquina computarizada, fue para realizar operaciones matemáticas más rápido y precisa. Conforme ha ido evolucionando la computación, también han ido evolucionando la creación de programas (software) que permita realizar cálculos matemáticos más complejos y específicos. En particular los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) son el espacio físico donde las TIC se utilizan como una herramienta de apoyo para favorecer el conocimiento. Estas tecnologías, pueden ser Internet, multimedia, televisión interactiva y simulaciones.

La creación de AVA, diseñados con tecnología interactiva, tiene como propósito el ser controlado por un usuario (alumno).

En la integración de las TIC a los programas educativos se propone el uso de simulaciones. Las simulaciones se han convertido en una excelente herramienta para mejorar la comprensión y el aprendizaje de temas complejos en diversas materias, especialmente matemáticas. Las Simulaciones proveen una representación interactiva de la realidad que permita a los estudiantes probar y descubrir cómo funciona o cómo se comporta un fenómeno, o problema, y qué impacto tiene sobre otros fenómenos. El uso de este tipo de herramienta educativa alienta al estudiante para que manipule un modelo de la realidad y logre la comprensión de los efectos de su manipulación mediante un proceso de ensayo-error.

III.4 Evaluación

La evaluación es un proceso que consiste en la emisión de juicios de valor con respecto a un producto. En el proceso educativo se reconoce la necesidad de la evaluación en las diferentes partes del proceso, el currículo de la institución, los procesos administrativos, el profesor, y sobre todo los aprendizajes logrados por los estudiantes. La evaluación es la oportunidad de mejorar los procesos implicados en la educación (Stufflebeam y Shinkfield, 2005), si no se considera en cada uno de los procesos implicados, no habrá mejora alguna. El aprendizaje de los estudiantes es la razón de ser de la educación, es importante destacar la evaluación de este proceso, buscar las evidencias pertinentes que

nos permitan emitir un juicio tanto cualitativo como cuantitativo, con respecto a los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

La dirección de Educación Media Superior (DEMS) del IPN define la Evaluación del Aprendizaje como “*El proceso a través del cual se observa, recopila y analiza información relevante, respecto del proceso de aprendizaje de los estudiantes, a fin emitir juicios de valor y tomar decisiones pertinentes y oportunas para la retroalimentación y a la emisión de la nota evaluativa (acreditación).*” (IPN, 2005). En estos términos, las autoridades del IPN están reconociendo que la finalidad de la evaluación del aprendizaje va mucho más allá de la simple emisión de una calificación, y consideran su relevancia en la toma de decisiones, destacando incluso la oportunidad de estas decisiones; Cuando estamos como profesores al frente de un grupo, la calificación entregada al final del curso no da oportunidad en cuanto a la toma de decisiones y la corrección del proceso de aprendizaje que está llevando (o no) a los estudiantes a la obtención de las habilidades, actitudes y conocimientos, requeridos. En contraposición, la evaluación llevada a cabo en cada una de las actividades diarias permite observar los avances que se van obteniendo en momentos que aún podemos decidir sobre las actividades de las sesiones posteriores, sin la necesidad de emitir una calificación. Esto nos lleva a que la evaluación debe ser continua y diversificada, como las mismas actividades de aprendizaje; diferentes actividades buscarán lograrán diferentes aprendizajes, por lo que la evaluación deberá ir acorde a estas diferencias para observar, recopilar y analizar información sobre los diferentes aprendizajes.

Este nuevo escenario permite, por ejemplo, incluir discusiones en equipo o grupales que en otro escenario no se lograrían; por ejemplo en el caso de la gráfica obtenida a partir del movimiento de una persona no se puede analizar, modificar ni discutir, sin un escenario como éste, pues no se tiene la facilidad de “verla al momento”. Como se reporta en Gómez (2007), al evaluar debemos considerar lo que los procesos que la calculadora lleva a cabo y buscar evidencias en nuestra evaluación solamente de lo que los estudiantes hacen. Si la tecnología hace la parte “mecánica” nosotros debemos enfocarnos en la parte de análisis cualitativo y de utilización de la información que la tecnología ofrece. Sin embargo, sabemos que la evaluación no se ha modificado, en el ejemplo que se muestra a continuación se siguen usando los mismos instrumentos y buscando las mismas evidencias que antes de la inmersión en los escenarios tecnológicos.

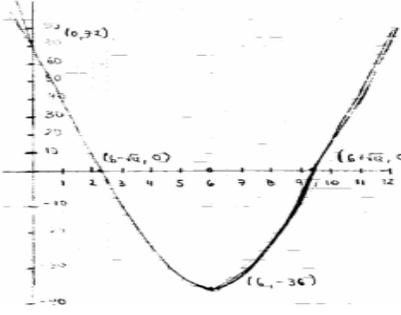
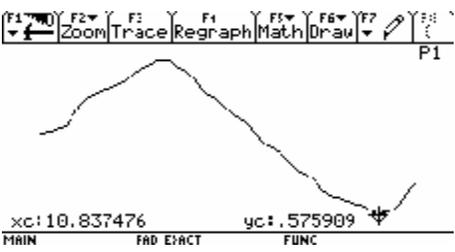
III.5 Desempeño de los estudiantes la AA

El desempeño de los estudiantes se ejemplificará a través de una de las actividades de la red, en la actividad ‘Acércate más’. Esta actividad consiste en partir de la gráfica de la posición de una persona para problematizar la presencia simultánea de tres órdenes de variación a partir de preguntas sobre la posición (la función, $f(x)$), la velocidad (la primera derivada, $f'(x)$) y la aceleración (la segunda derivada $f''(x)$)).

La red de actividades de graficación-modelación es considerada por el tipo de AA que permite al estudiante tener una mejor comprensión en las matemáticas tomando en cuenta su: conocimiento previo, la incorporación de las TIC, e introduciendo modalidades de trabajo innovadoras como el trabajo en equipos y la discusión grupal.

A continuación presentamos la siguiente tabla contiene algunas evidencias de los estudiantes. Se consideran dos columnas: Ejemplo de una puesta en escena por el equipo y comentario por el profesor. Las preguntas se encuentran en forma horizontal. La SAA considerada en red de actividades de graficación-modelación y el desarrollo de la solución de la AA en este caso ‘Acércate más’.

EQUIPO 3. Angelina, Erica, Damaris y Araceli	Comentario
<p style="text-align: center;">Ejemplo de una puesta en escena</p> <p><i>Determinación de la función</i></p> $P(t) = t^3 - 18t^2 + 72t$ $t = 0 \quad t = 0$ $t = 6 \quad t - 6 = 0$ $t = 12 \quad t - 12 = 0$ $t(t-6)(t-12) = 0$ $t^3 - 12t^2 - 6t + 72 = 0$ $t^3 - 18t^2 + 72t = 0$ <p>La función es $t^3 - 18t^2 + 72t = 0$</p> <p style="text-align: center;">Gráfica V. 3.1</p>	<p>Primeramente obtienen la función a partir de la gráfica.</p>
<p>Pregunta. a) ¿En qué instante está más lejos de su casa? ¿A qué distancia se encuentra en este momento?</p>	
<p>1) ¿En qué instante está más lejos de su casa?</p> $P'(t) = 3t^2 - 36t + 72$ $0 = P'(t) - 0$ $3t^2 - 36t + 72 = 0$ $t^2 - 12t + 24 = 0$ $(t - 6 - \sqrt{12})(t - 6 + \sqrt{12}) = 0$ $t - 6 - \sqrt{12} = 0 \quad t - 6 + \sqrt{12} = 0$ $t = 6 + \sqrt{12} \quad t = 6 - \sqrt{12}$ $P''(t) = 6t - 36$ $P''(6 + \sqrt{12}) = 6(6 + \sqrt{12}) - 36$ $= 36 + 6\sqrt{12} - 36$ $= 6\sqrt{12}$ <p>Existe un mínimo relativo en $6 + \sqrt{12}$.</p> $P''(t) = 6t - 36$ $P''(6 - \sqrt{12}) = 6(6 - \sqrt{12}) - 36$ $= 36 - 6\sqrt{12} - 36$ $= -6\sqrt{12}$ <p>Significa que la posición máxima se tiene en $t = 6 - \sqrt{12} \approx 2.54 \text{ hrs}$</p> <p>2) ¿A qué distancia se encuentra este momento?</p> $P(6 - \sqrt{12}) = (6 - \sqrt{12})^3 - 18(6 - \sqrt{12})^2 + 72(6 - \sqrt{12})$ $= 216 - 108\sqrt{12} + 216 - 11728 - 18(36 - 12\sqrt{12} + 12 + 432) - 72\sqrt{12}$ $= 432 - 108\sqrt{12} - 11728 - 648 + 216\sqrt{12} - 218 + 432 - 72\sqrt{12}$ $\approx 0 + 36\sqrt{12} - 11728 + 648$ $= 124.71 - 4$ $= 83.41 \text{ km}$ <p>Es la posición más lejano de su casa.</p>	<p>Analizaron algunas de las características globales de la gráfica.</p> <p>El equipo determina la función a partir de la representación grafica de la trayectoria de un móvil.</p> <p>Identifican la función</p> <p>Consideran la función derivada y primitiva.</p> <p>Relacionan la función $f'(x)$ a partir de la función algebraica $f(x)$ y su $f'(x)$.</p> <p>Identifican los puntos mínimo y máximo relativo.</p>
<p>Pregunta. d) Traza la gráfica de su velocidad.</p>	

<p>d) Traza la grafica de su velocidad. $v(t) = P'(t) = 3t^2 - 36t + 72$</p> <p>Recordado que: • Dado que el termino independiente es +72; corta al eje y en +72. • Su vértice lo determinamos con $V = (-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$ $-\frac{b}{2a} = -\frac{-36}{2(3)} = -\frac{-36}{6} = \frac{36}{6} = 6$ $f(-\frac{b}{2a}) = 3(36) - 216 + 72 = -36$</p> <p>Entonces $V = (6, -36)$</p> <p>• Para saber en donde corta al eje de la "x", igualamos la ecuación a 0 y factorizamos: $3t^2 - 36t + 72 = 0$ $t^2 - 12t + 24 = 0$ $(t - 6 - \sqrt{12})(t - 6 + \sqrt{12})$ $t_1 = 6 + \sqrt{12}$ $t_2 = 6 - \sqrt{12}$</p>  <p style="text-align: center;">Gráfica V. 3.3</p> <p>$v(t) = P'(t) = 3t^2 - 36t + 72$</p> <p>Corta al eje y en $(0, 72)$ y en el eje x en $(6 - \sqrt{12}, 0)$ y $(6 + \sqrt{12}, 0)$</p> <p>Su vértice $(6, -36)$</p>	<p>El equipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determina los puntos en el eje cartesiano. - Cóncavo hacia arriba. - Valor mínimo relativo. <p>Realizan transformación de funciones.</p> <p>Obtienen la función deriva a partir de la función algebraica de posición.</p>
<p>g) Escribe un párrafo que describa los movimientos de la persona que se representan en la gráfica.</p>	
<p>"Desde su casa a un tiempo cero (0) el motociclista se aleja hasta un tiempo de $6 - \sqrt{12} \approx 2.54$ horas que son aproximadamente dos horas y media, obteniendo lógicamente la posición más lejana a su casa y en seguida regresa por el mismo camino a su casa llegando en el instante en que han transcurrido 6 horas".</p>	<p>Gráfica a partir de la simulación con tecnología.</p> 

IV. Conclusiones

Tomando en cuenta las características globales de la gráfica los estudiantes consideraran las formas Básicas de graficación y los significados que le asignaron a las variaciones de primer y segundo órdenes en la Secuencia I (sin uso de la tecnología) y en la secuencia II (con uso de la tecnología).

El diseño de actividades como modelación – graficación en el ámbito escolar permite la construcción de diseños de situación real de movimiento aprendizajes cognitivos en el estudiante y la resolución de actividades de aprendizaje surgidos en su entorno. En términos de situación de movimiento correspondientes a las variaciones de la posición y de la velocidad.

La red de AA de graficación- modelación se articula de varias maneras para cumplir diversos objetivos didácticos que permitan al estudiante el análisis y la comprensión

matemática de las gráficas, la simulación en la situación de modelación del movimiento donde aparecen de forma simultánea la posición y las variaciones de la posición y de la velocidad.

La tecnología en la actualidad está modificando el sistema didáctico en las que nos permite presentar actividades de aprendizaje para realizar la simulación de la trayectoria de un móvil.

Los equipos logran relacionar la representación verbal y gráfica del movimiento del móvil con la representación de la simulación mediante el uso de calculadora con poder de graficación y sensor de movimiento CBR.

Todos los puntos relacionados con estas redes de actividades de aprendizaje se deben considerar desde su planeación. La forma en que se relacionan y van retomando los aprendizajes, la introducción de las TIC y de los resultados de la investigación; una evaluación que considere todo y que cumpla la función de mejorar el proceso conforman una red exitosa.

Referencias

- Alarcón, J. (1995). Notas del Seminario 'Precálculo y Resolución de Problemas' realizado en el DME-CINVESTAV-IPN.
- Arrieta, J. (2003). *La modelación de fenómenos como procesos de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. Cinvestav-IPN, México.
- Bosch, M.; García, F.; Gascón, J. y Ruiz, L. (2007). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. *Educación Matemática*, 18(2), 37-74.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Épsilon*, 42, 353-369.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nella matematica scolastica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.
- Cordero, F. y Solís M. (2001). *Las gráficas de las Funciones como una argumentación del cálculo*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Flores, C. (2005). Características de las gráficas y su relación con la modelación de situaciones de movimiento. [Resumen]. *Resúmenes de la Décimo novena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Montevideo, Uruguay.
- Flores, C (2007). *Variaciones simultáneas de primer y segundo ordenes en una situación de graficación y modelación de movimiento*. Tesis de maestría no publicada. CICATA-IPN, México.
- Gómez, A. (2007). *La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de tecnología*. Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CICATA. IPN. México.
- IPN (2004). *Álgebra. Libro para el estudiante*. Recuperado el 7 de mayo de 2008 en: <http://www.comunidades.ipn.mx/riieeme/DesktopDefault.aspx?tabindex=2&tabid=6>
- IPN (2004). *Álgebra. Libro para el profesor*. Recuperado el 7 de mayo de 2008 en: <http://www.comunidades.ipn.mx/riieeme/DesktopDefault.aspx?tabindex=2&tabid=6>
- IPN (2005); *La evaluación de los aprendizajes*. Departamento de desarrollo curricular, Dirección de Educación Media Superior (DEMS), IPN. México
- Leinhardt, G., Stein, M. y Zaslavsky, O. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Romano, S., Suárez, L. y Ortega P. (2003). Los dispositivos de transducción para la modelación en las clases de matemáticas. *Memorias del Primer Congreso de Investigación del Nivel Medio Superior*. IPN, México.

- Ruiz, B., Suárez, L., Ortega, P., Servín, C., Flores, C. y Torres, J. L. (2007). Actividades de aprendizaje de probabilidad y Estadística con uso de tecnologías de la información y la comunicación. *Actas de la XIII Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Granada, España.
- Stufflebeam, D. L. y Shinkfield, A. J. (2005). *Evaluación sistemática. Guía teórica y práctica*. Temas de educación. Madrid: Paidós.
- Suárez, L. (2000). *El trabajo en equipo y la elaboración de reportes en un ambiente de resolución de problemas*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.
- Suárez, L. (2008) *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis doctoral no publicada. Cinvestav-IPN, México.
- Suárez, L., Cordero, F., Daowz, P., Ortega, P., Ramírez, A. y Torres, J.L. (2005). *De los Paquetes Didácticos hacia un Repositorio de Objetos de Aprendizaje: Un reto educativo en matemáticas*. Uso de las gráficas, un ejemplo. RIED: revista iberoamericana de educación a distancia, 8(1-2), 307-334.
- Suárez, L., Flores, C., Gómez, A. y Licon, R. (2005). *Uso de las gráficas a través de actividades de modelación matemática con calculadoras y dispositivos transductores*. Resumen del taller aprobado para su presentación en el Quinto Encuentro de Tecnología Educativa del IPN. Consultado el 16 de agosto de 2006, en http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller_opc_ins.asp
- Suárez, L., Ortega, P., Servín, Y., Téllez, J. y Torres, J.L. (2005). Paquetes Didácticos de Matemáticas: Integración de la investigación y la innovación tecnológica. *Memoria de Virtual Educa*. México, D.F.
- Suárez, L., Torres, J.L., Ortega, P., Daowz, P. y Ramírez, M.E. (2007). Hacia un marco para el diseño de contenidos digitales en matemáticas de bachillerato: de los paquetes didácticos a los repositorios de objetos de aprendizaje. *Memorias del IV Seminario Nacional de Enseñanza de las Matemáticas a Distancia*. Ciudad Guzmán, México, enero de 2007.
- Ruiz, B., Suárez, L., Ortega, P., Servín, C., Flores, C. y Torres, J. L. (2007). Actividades de aprendizaje de probabilidad y Estadística con uso de tecnologías de la información y la comunicación. *Actas de la XIII Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Granada, España.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada. CICATA, IPN.